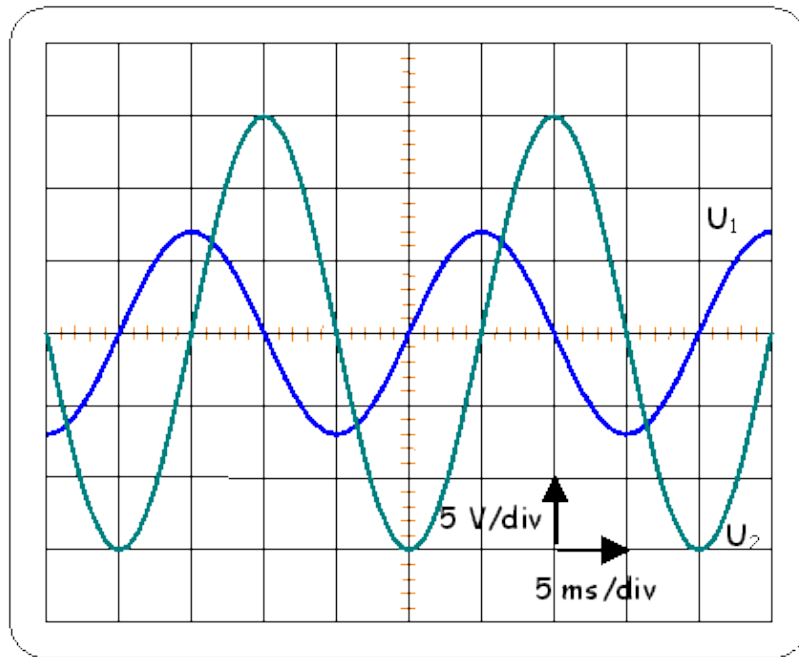


ANALYSE DES CIRCUITS A COURANT ALTERNATIF



EL KACEM EL MOSTAFA

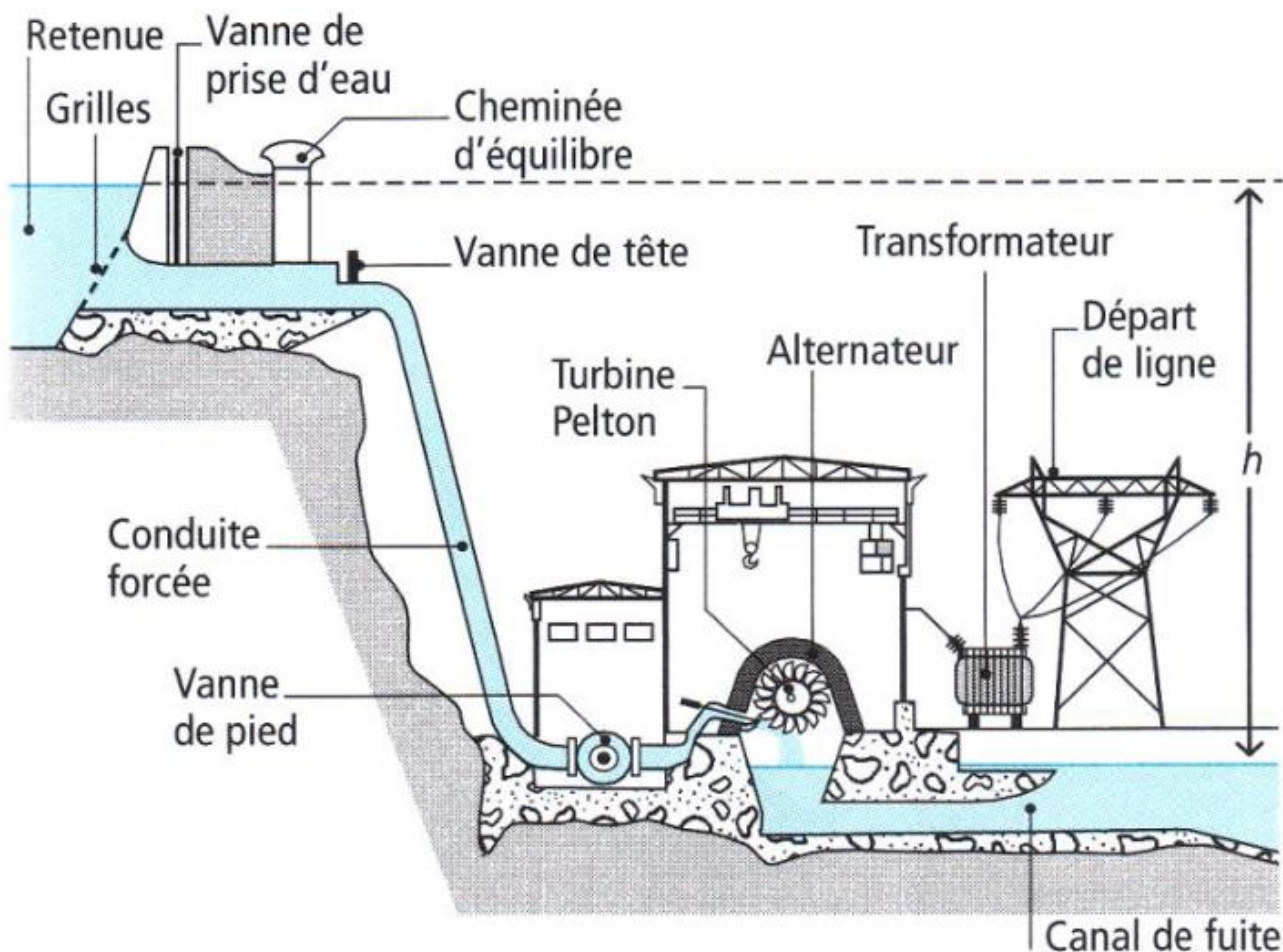
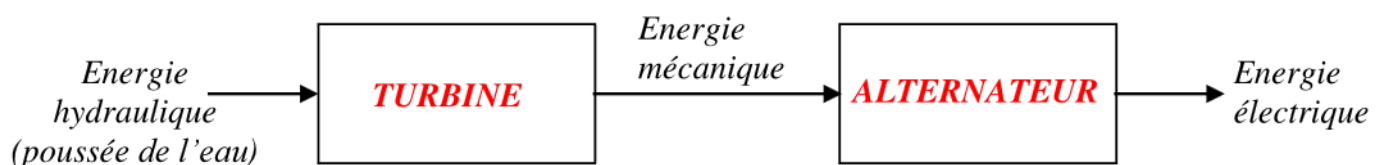
Source de tension alternative

1- Introduction :

L'électricité est produite par des usines appelées centrales électriques qui transforment différentes formes d'énergies reçues en énergie électrique grâce à des Alternateurs.

Centrales	Energie primaire (utilisée)
Hydrauliques	Chute de <u>l'eau</u>
Thermiques	Combustion <u>charbon</u> , <u>pétrole</u>
Nucléaires	Fission de l' <u>Uranium</u>
Éoliennes	Force du <u>Vent</u>

Exemple : centrale hydraulique



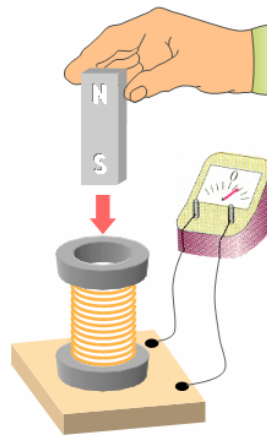
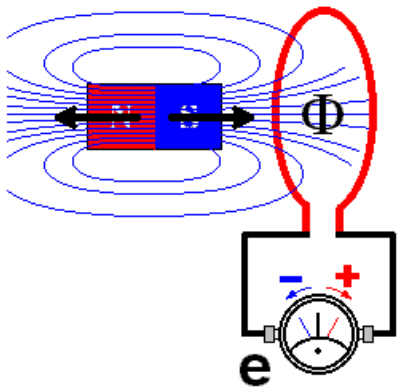
2- Production d'une onde sinusoïdale :

L'alternateur est une machine qui produit une tension électrique alternative de forme sinusoïdale.



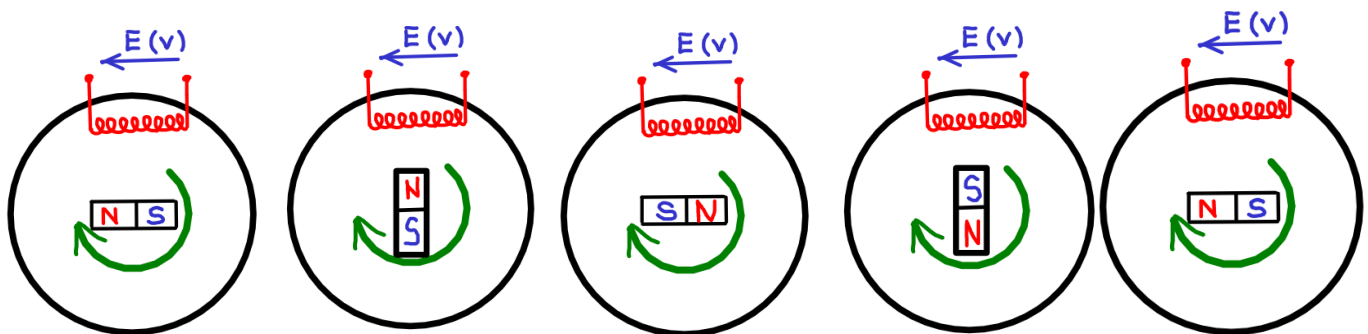
Il est basé sur le principe de l'induction électromagnétique

Chaque bobine soumise à une variation de flux magnétique crée à ses bornes une tension



$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$e = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$



Position 0° (0 rd)

Position 90° (π/2)

Position 180° (π)

Position 270° (-π/2)

Position 360°=0°

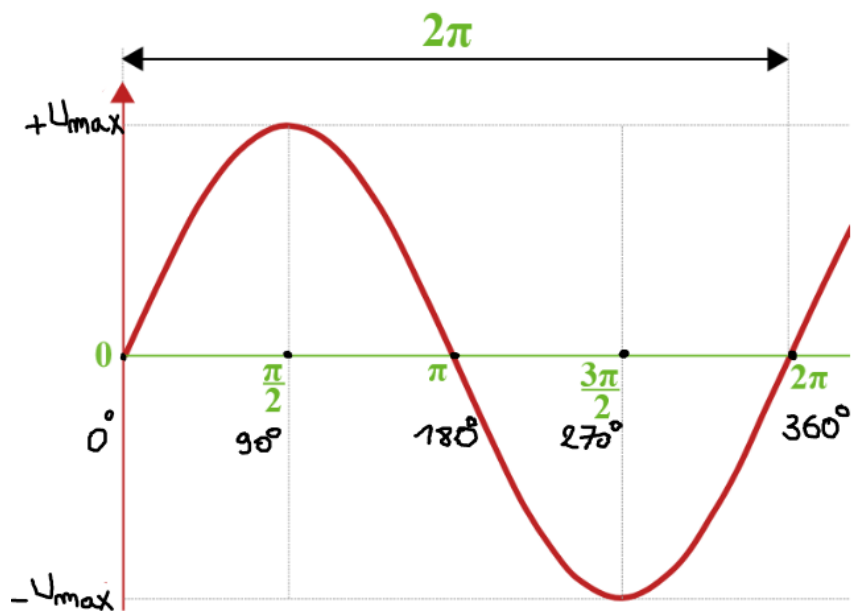
$E = 0V$

$E = +U_{max}$

$E = 0V$

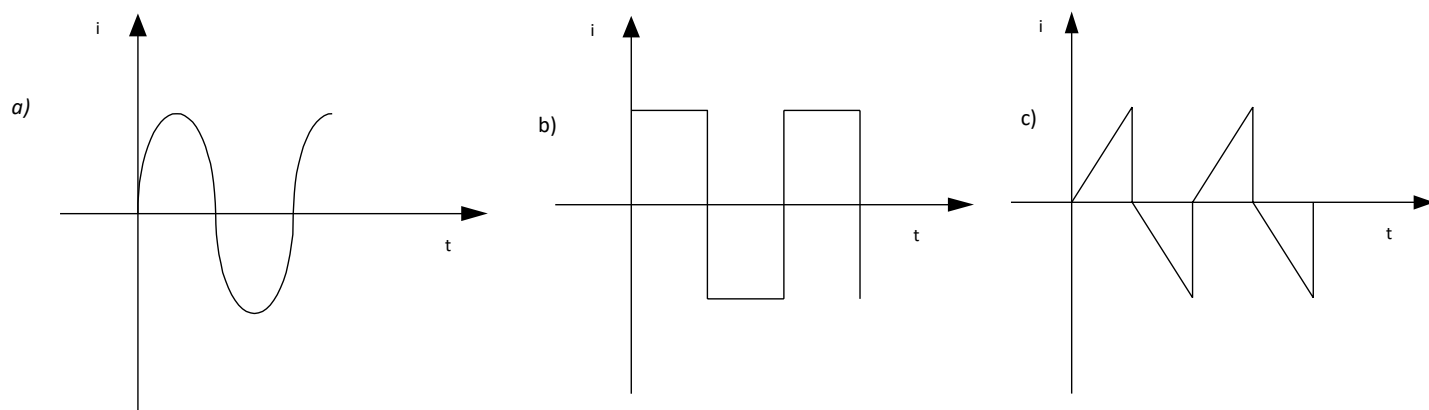
$E = -U_{max}$

$E = 0V$

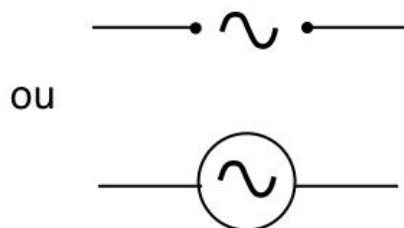


3- Types de courants alternatifs :

- a) Sinusoïdaux (les plus utilisés)
- b) Carrés
- c) En dent de scie.

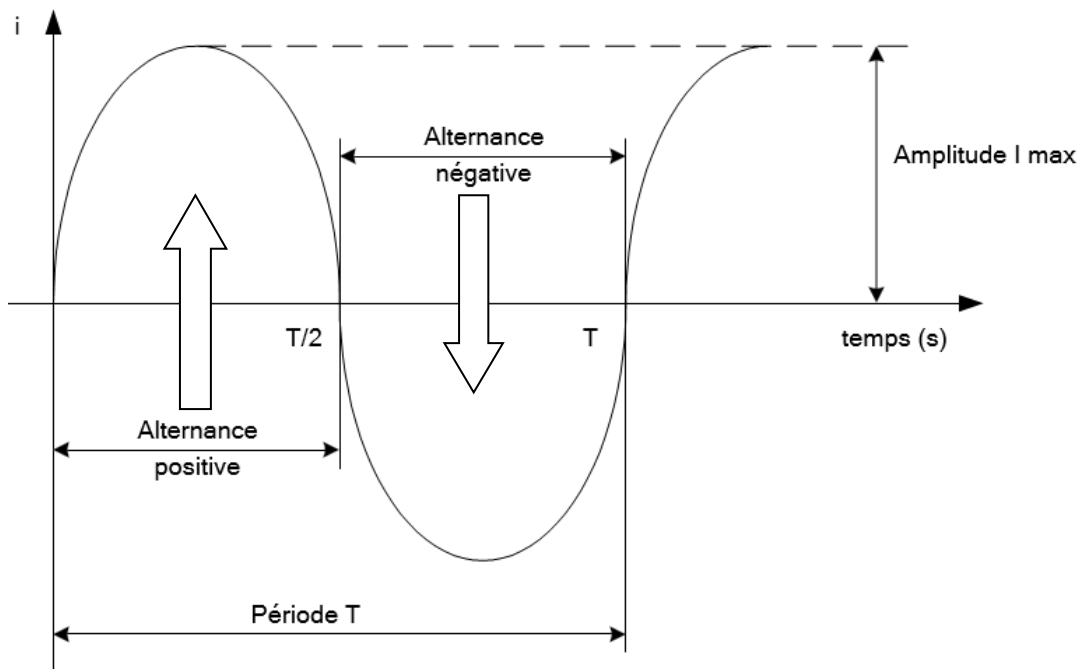


4- Symbole



Termes associés au courant alternatif :

Soit le graphe du courant alternatif suivant où on va identifier les différents termes associés



La Période : représente la durée minimum après laquelle une grandeur alternative reprend la même valeur.

La période s'exprime en **seconde** et on la symbolise par **T**.

La Fréquence : représente le nombre de périodes par seconde.

On désigne la fréquence par **F** et on l'exprime en **hertz (Hz)**.

La relation entre la période et la fréquence d'un signal alternatif est :

$$F = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{F} \quad (F \text{ en Hz, } T \text{ en s})$$

Pulsation : $\omega = 2\pi F = \frac{2\pi}{T}$ ω est la pulsation en radians par seconde (rad/s)

L'Amplitude d'une grandeur alternative (tension ou courant) est la plus grande valeur atteinte par la grandeur au cours d'une période. Elle peut être positive ou négative.

La valeur efficace c'est la valeur mesurée avec un appareil de mesure notée **V.eff**

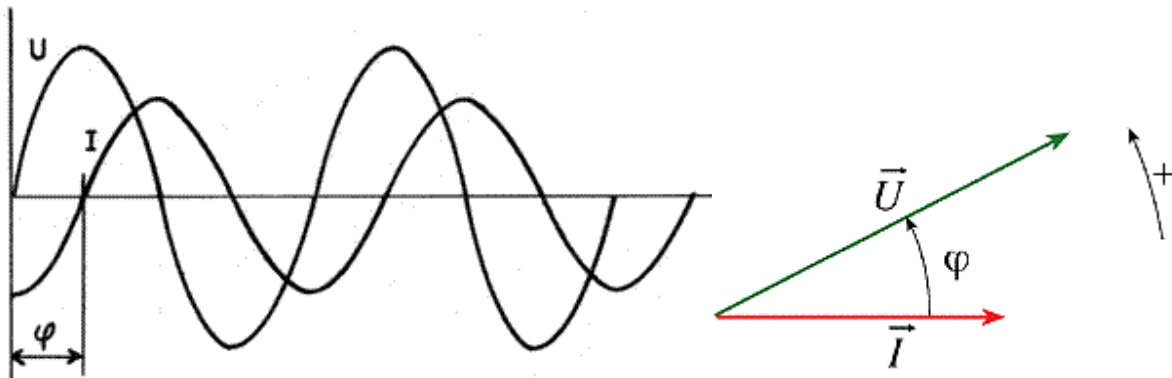
La valeur max c'est la valeur maximale mesurée à l'aide d'un oscilloscope notée **V.max** ou amplitude

$$V.\text{max} = V.\text{eff} \times \sqrt{2} \quad \text{ou}$$

$$V.\text{eff} = \frac{V.\text{max}}{\sqrt{2}}$$

Déphasage :

Lorsqu'on a deux grandeurs alternatives sinusoïdales de même fréquence on peut mettre en évidence le décalage entre les deux ondes qui les représentent. Ce décalage est appelé le déphasage.

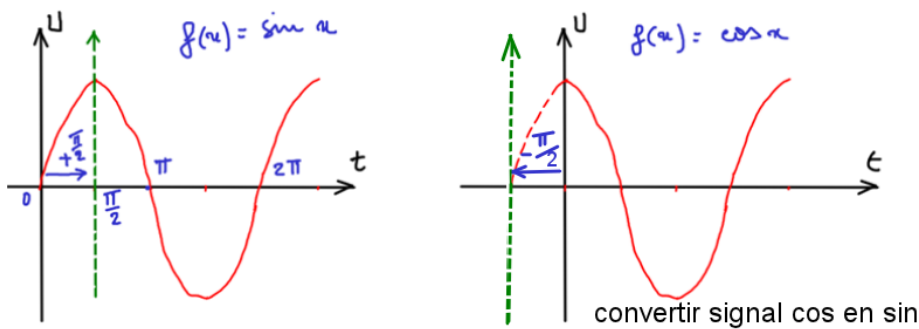


Expression algébrique

Toute tension sinusoïdale alternative peut s'écrire sous la forme d'une fonction du temps par :

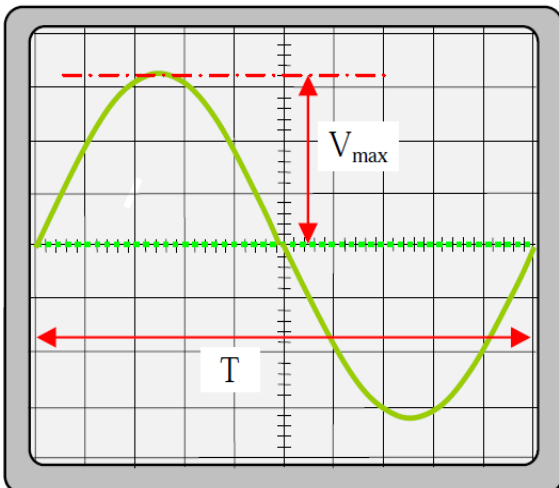
$$U(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{ou} \quad U(t) = U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$U(t)$: Valeur instantanée ; $U_{\max}$: valeur maximale ou amplitude ; ωt : phase à l'instant t ; φ : déphasage



$$\begin{aligned} u(t) &= U_{\max} \sin \omega t & \leftarrow & U_{\max} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ & & u(t) &= U_{\max} \cos \omega t \\ & \leftarrow & & \\ & & u(t) &= U_{\max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

Exemple de mesure à l'oscilloscope:



- Calibre temps : 2ms par division
- Calibre tension : 5 V par division
- Calibre sonde : 1/20

➤ Détermination de la tension :

$V_{\max}$: on lit 3,2 div soit $3,2 \times 5 = 16 \text{ V}$

La sonde divise par 20 donc $\rightarrow \underline{V_{\max} = 320 \text{ V}}$

Or $V_{\text{eff}} = V_{\max} / \sqrt{2}$ donc $\rightarrow \underline{V_{\text{eff}} = 226 \text{ V}}$

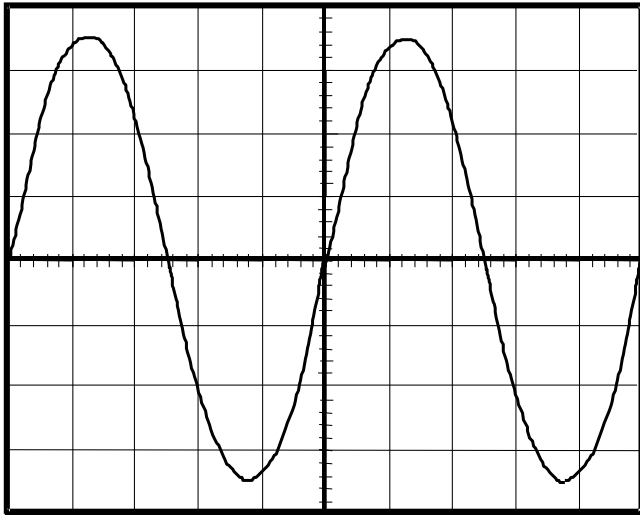
➤ Détermination de la période :

T : on lit 10 divisions soit $10 \times 2 \rightarrow \underline{T = 20 \text{ ms}}$

D'où la fréquence $f = 1/T \rightarrow \underline{f = 50 \text{ Hz}}$

Exercice1

Soit le graphe suivant d'une tension alternative :



Calibre : 20V / division

Période : 4 ms / division

On demande d'identifier les termes suivants sur le schéma

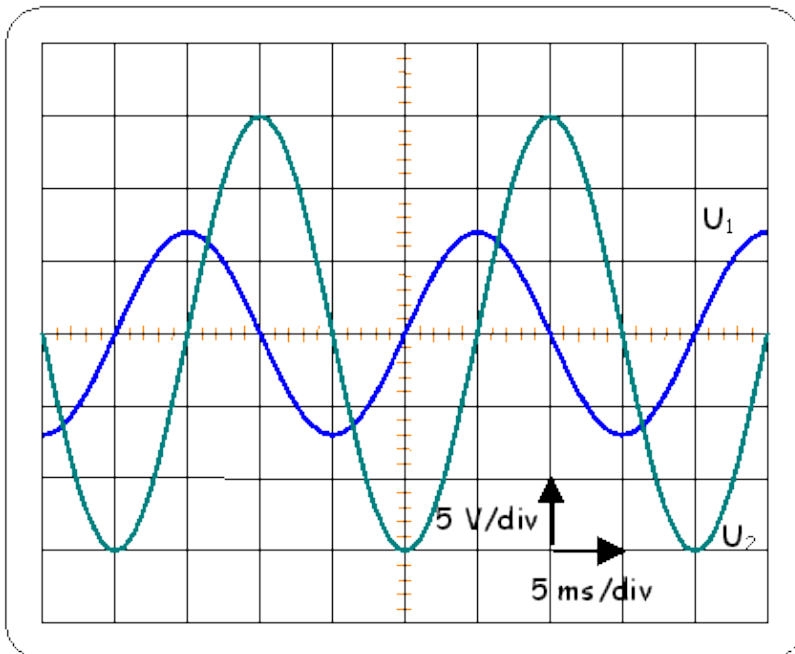
- Alternance positive
- Alternance négative
- Amplitude maximale $U_{\max}$
- Période T

Calculer :

- la fréquence F
- la pulsation ω
- la valeur efficace U_{eff}

Exercice2 :

Dans la figure ci-dessous on a représenté deux tensions alternatives de même fréquence :

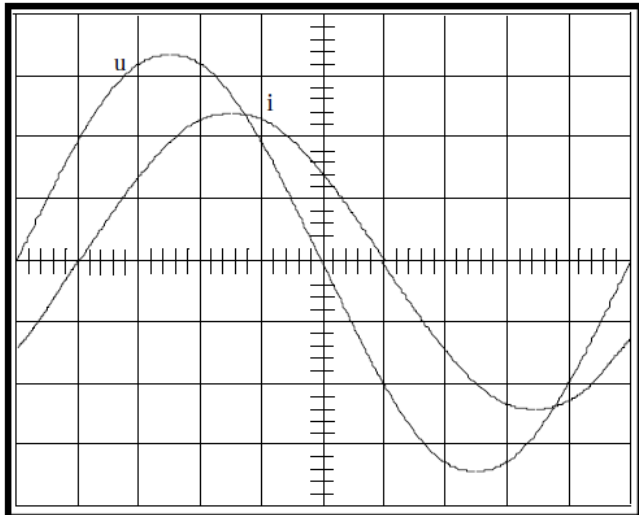


- Identifier pour chaque tension les alternances positives et négatives.
- Identifier l'amplitude de chaque tension.
- Identifier la période des deux tensions.
- Calculer la fréquence des deux tensions.
- Calculer la valeur efficace de chaque tension.
- Indiquer le déphasage entre les deux tensions ; calculer ce déphasage.

Exercice 3 :

On relève avec l'oscilloscope la tension aux bornes d'un dipôle

(10V/div) et le courant qui le traverse (0,5A/div). Base de temps (1ms/div)



1/ Déterminer les valeurs maximales $\hat{U}$, $\hat{I}$ et en déduire les valeurs efficaces U et I .

2/ Déterminer le déphasage φ entre le courant et la tension.

3/ Déterminer la période et la fréquence de u et i .

4/ Ecrire les valeurs instantanées de u et i .

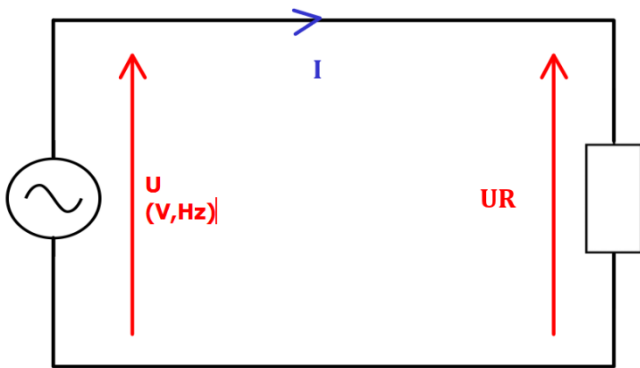
Exercice 4 :

Compléter le tableau suivant :

Expression instantanée	Valeur maximale	Valeur efficace	Pulsation	Fréquence	Phase à l'origine
$5\sqrt{2} \sin(314t - \pi/6)$					
$10 \cos(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$					
$12\sqrt{2} \sin(1000t)$					
$10 \cos(10^4 \pi t - \frac{\pi}{2})$					
		12 V	5 rad / s		45 °
	10 V			50 Hz	$\frac{\pi}{3}$

Comportement d'une résistance en CA

Soit le circuit suivant :

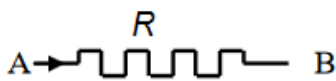


$$U_R = R \times I$$

U_R : tension aux bornes de R en volt V

R : résistance en ohm Ω

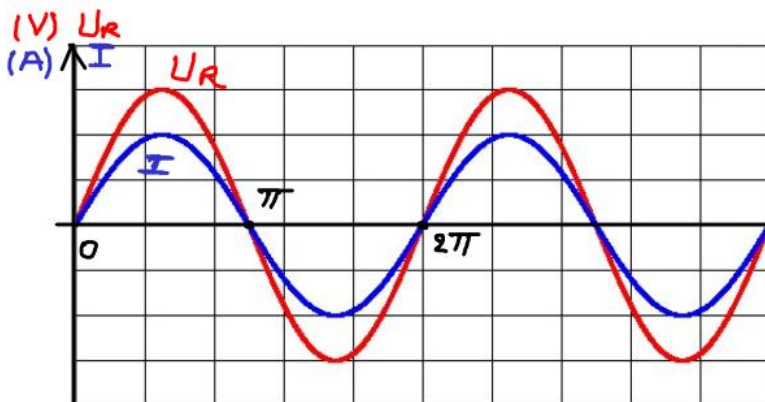
I : courant traversant R en Ampère A



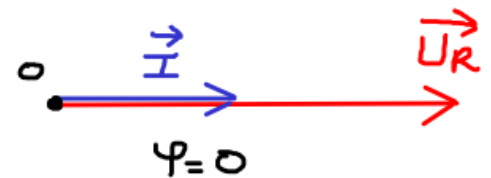
$$Z = R$$

$$u_A - u_B = R i$$

Déphasage entre la tension U_R et le courant I :



Représentation graphique



Représentation vectorielle

La tension et le courant sont en phase avec $\varphi=0$

Valeurs instantanées :

$$U(t) = U_{\max} \cdot \sin \omega t$$

$$i(t) = i_{\max} \cdot \sin \omega t$$

Branchement des résistances

En série

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

En parallèle

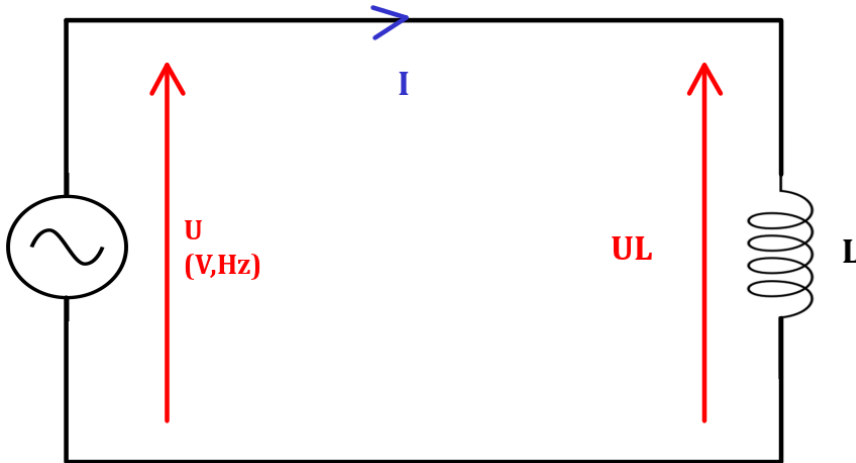
$$1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n$$

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

Comportement d'une inductance en CA

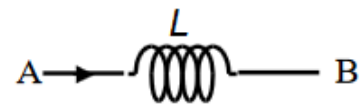
Une inductance est une bobine parfaite ou imaginaire qui ne possède pas de résistance interne ($RL = 0\Omega$), alors que dans la réalité il existe que des bobines réelles qui possèdent une inductance en série avec une résistance interne RL

Soit le circuit suivant :



$$U_L = X_L \cdot i, \quad X_L = L \cdot \omega$$

$$\omega = 2\pi F$$



$$u_A - u_B = L \frac{di}{dt}$$

La résistance X_L de la bobine en CA est appelée **réactance inductive**.

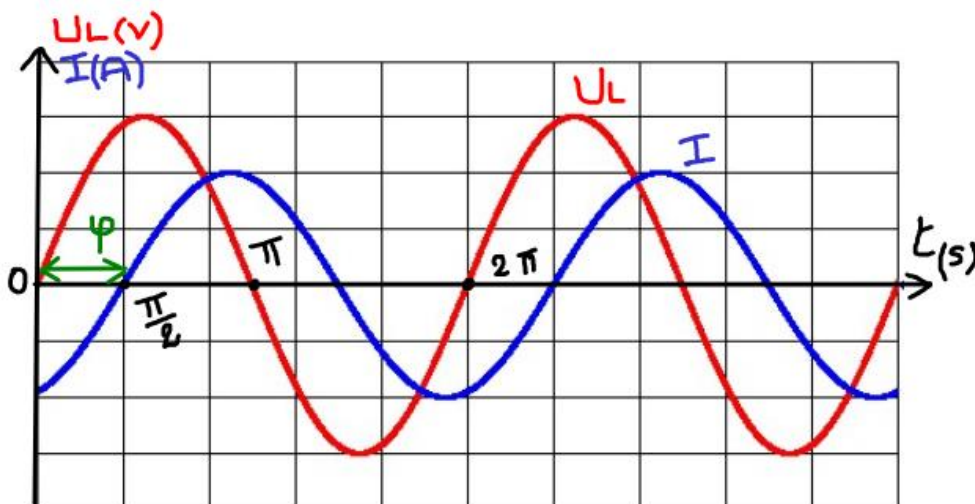
X_L : est la réactance inductive de la bobine en Ohm (Ω)

ω : est pulsation de la tension alternative en radians par seconde [rad/s]

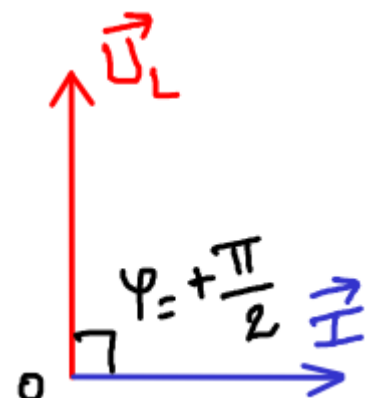
L : est l'inductance de la bobine en Henry [H]

$$Z = j X_L$$

Déphasage entre la tension U_L et le courant I :



Représentation graphique



Représentation vectorielle

La tension est en avant sur le courant d'1/4 de période $\varphi = +\pi/2$

Le courant est en arrière sur la tension d'1/4 de période

Valeurs instantanées :

$$U(t) = U_{\max} \cdot \sin \omega t$$

$$i(t) = i_{\max} \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

Branchement des Inductances

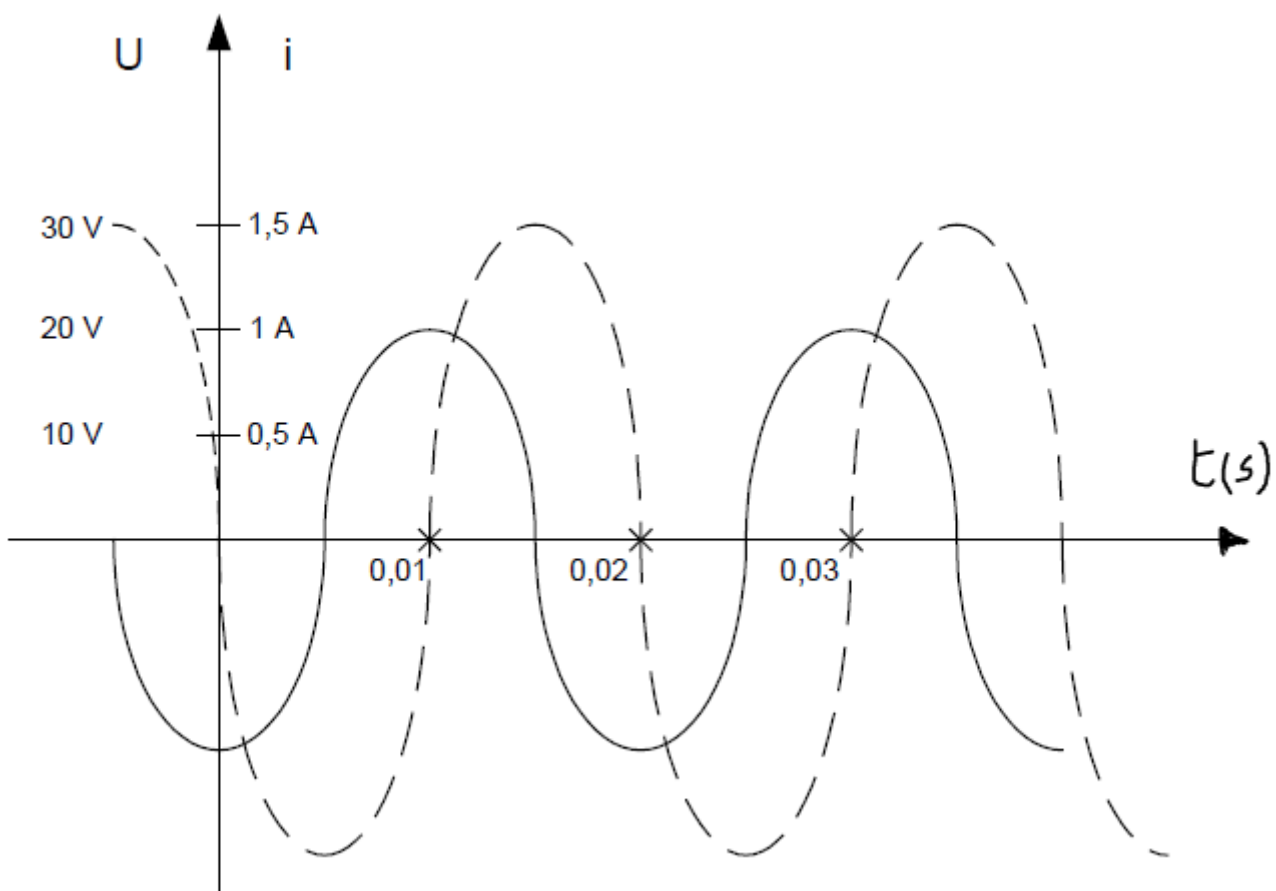
En série

En parallèle

$$L_e = L_1 + L_2 + L_3 + \dots \quad \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots$$

Exercice1

La figure ci-dessous présente les graphes de la tension et du courant pour **une bobine** alimentée en courant alternatif.



- Identifier le graphe qui correspond à la tension et celui qui correspond au courant, en expliquant votre choix.
- Déterminer l'amplitude de la tension et sa valeur efficace.
- Déterminer l'amplitude du courant et sa valeur efficace.
- Déterminer la fréquence de la tension.
- Calculer la réactance inductive de la bobine.
- Calculer l'inductance de la bobine.

Exercice 2

Soit trois bobines ayant les inductances : $L_1 = 0,2 \text{ H}$; $L_2 = 0,4 \text{ H}$; $L_3 = 0,8 \text{ H}$.

Les trois bobines sont connectées en série et l'ensemble est alimenté avec une tension alternative de valeur efficace $U = 50 \text{ V}$ et fréquence $F = 50 \text{ Hz}$.

- Déterminer la réactance de chaque bobine.
- Déterminer la réactance de l'ensemble.
- Déterminer le courant effectif dans le circuit.
- Déterminer la tension effective pour chaque bobine.

Exercice 3

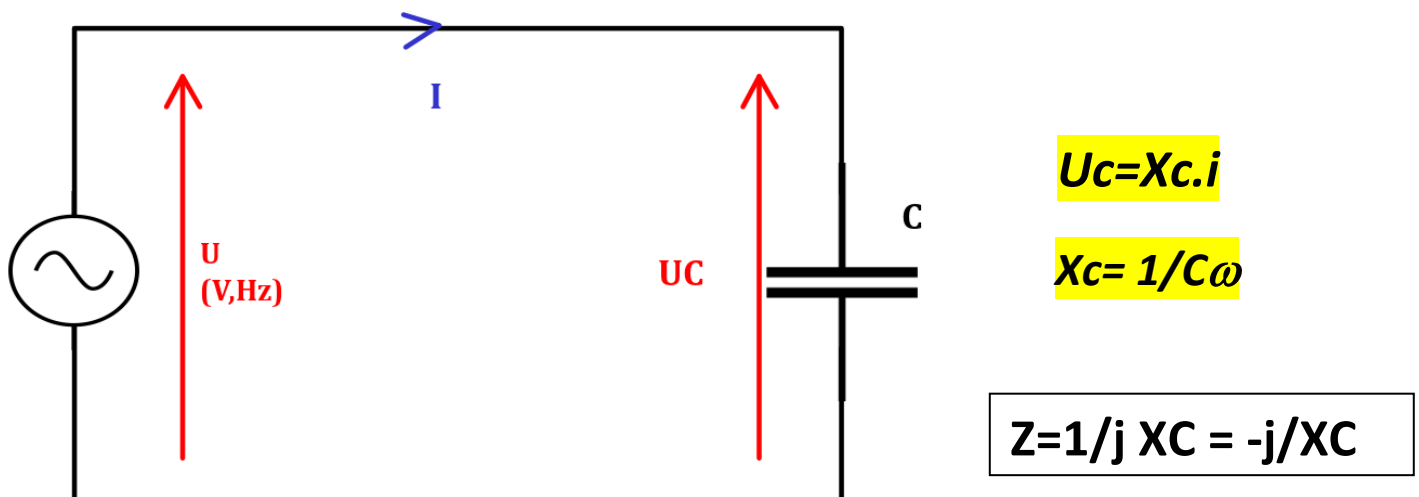
Les trois bobines de l'exercice précédent sont désormais branchés en parallèle et l'ensemble est alimentés avec la même tension

- Déterminer la réactance de l'ensemble.
- Déterminer le courant dans chaque bobine.
- Déterminer le courant principal du circuit.

Comportement d'un condensateur en CA

Une capacité ou condensateur parfait ne possède pas une résistance interne $R_C = 0 \Omega$, mais dans la réalité on peut assimiler un condensateur à une capacité en série avec sa résistance interne.

Soit le circuit suivant



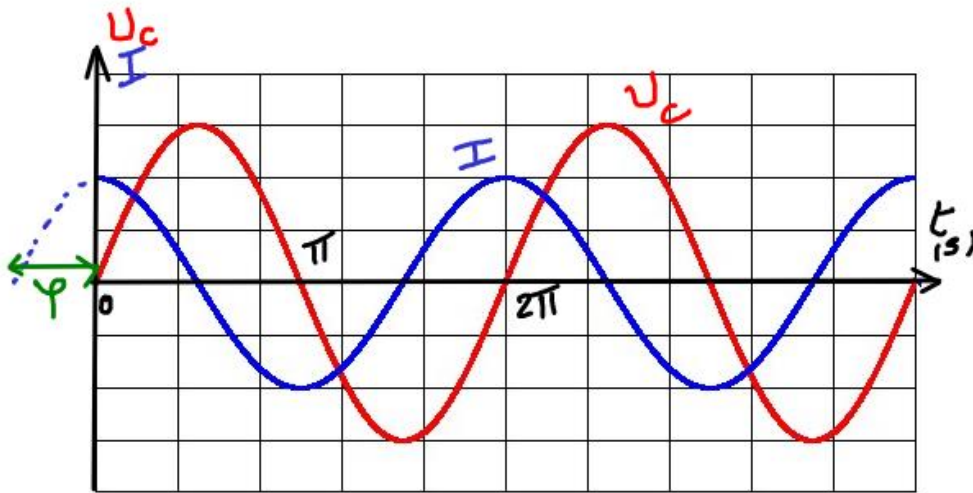
La résistance X_C du condensateur mesuré en c.a. est appelée **réactance capacitive**

X_C : Réactance exprimée en **Ohm $[\Omega]$**

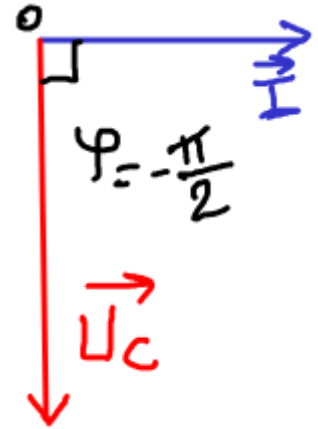
ω : La pulsation de la tension alternative exprimée en **rad/s**

C : La capacité du condensateur exprimée en **Farad [F]**

Déphasage entre la tension UC et le courant I :



Représentation graphique



Représentation vectorielle

Le courant est en avant sur la tension d'1/4 de période $\varphi = -\pi/2$

La tension est en arrière sur le courant d'1/4 de période

Valeurs instantanées :

$$U(t) = U_{\max} \cdot \sin \omega t$$

$$i(t) = i_{\max} \cdot \sin (\omega t + \pi/2)$$

Branchement des Capacités

En série

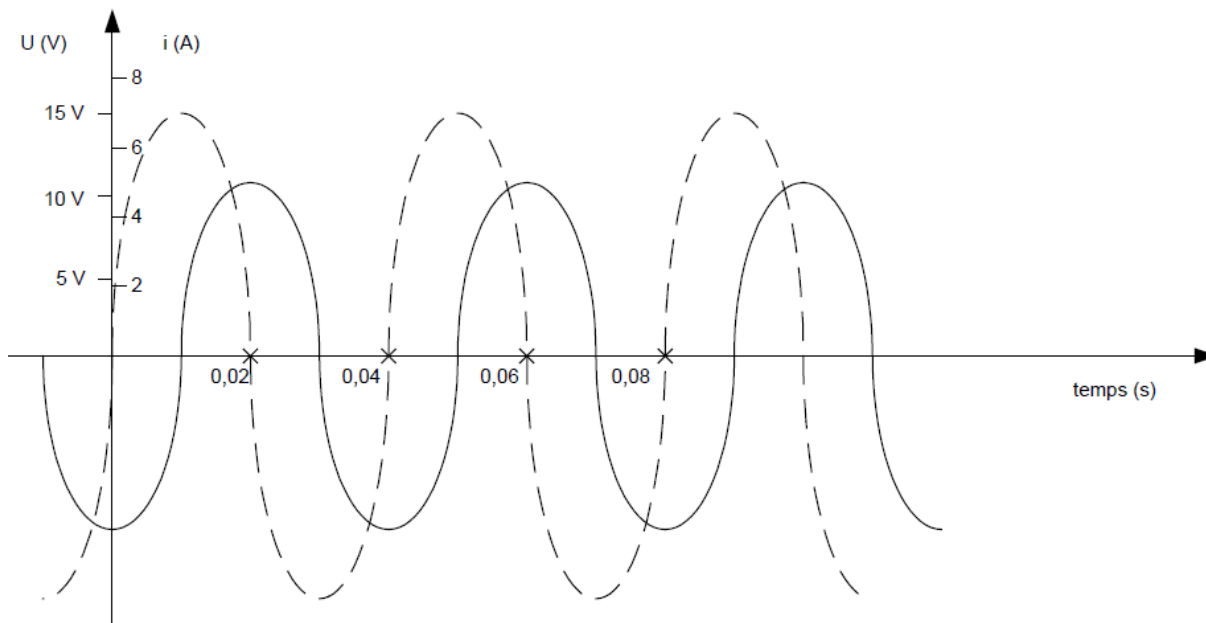
$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

En parallèle

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Exercice 1

La figure ci-dessous présente les graphes de la tension et du courant pour un **condensateur** alimenté en courant alternatif.



- Identifier le graphe qui correspond à la tension et celui qui correspond au courant et expliquer en suite votre choix.
- Déterminer l'amplitude de la tension et sa valeur efficace.
- Déterminer l'amplitude du courant et sa valeur efficace.
- Déterminer la fréquence et la période de la tension.
- Calculer la réactance capacitive des condensateurs.
- Calculer la capacité du condensateur.

Exercice 2

Soit trois condensateurs ayant les capacités suivantes :

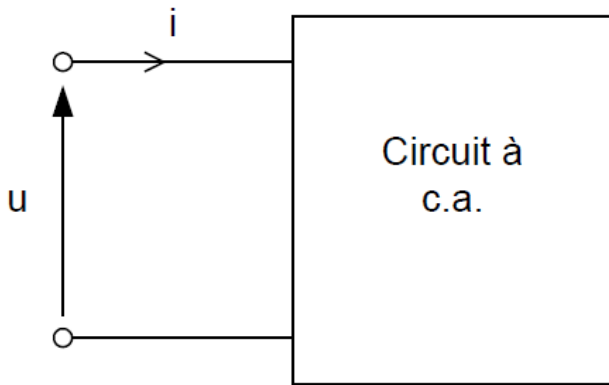
$C_1=0.2 \mu\text{F}$; $C_2=0.3 \mu\text{F}$; $C_3=0.6 \mu\text{F}$. Les 3 condensateurs sont connectés en série et l'ensemble est alimenté avec une tension efficace $U=60\text{V}$ et de fréquence $F=50\text{Hz}$.

- Déterminer la réactance capacitive de chaque condensateur.
- Déterminer la capacité de l'ensemble et la réactance capacitive de celui-ci.
- Déterminer le courant efficace dans le circuit.
- Déterminer la tension efficace aux bornes de chaque condensateur.

Caractéristiques des circuits à courant alternatif

Circuit en CA et notion d'impédance

Un circuit en courant alternatif peut comprendre un, deux, ou plusieurs composants des types différents (Résistance, bobine, condensateur), groupés d'une certaine façon : on identifie l'association série, l'association parallèle et l'association mixte des composants.



L'impédance d'un circuit à c.a. par définition c'est le rapport entre la tension appliquée à ses bornes et le courant principal absorbé

L'impédance est une caractéristique très importante du circuit à c.a.

Elle est symbolisée par la lettre majuscule **Z**.

$$Z=U/i$$

$$U=Z.i$$

U : c'est la tension efficace en Volt.

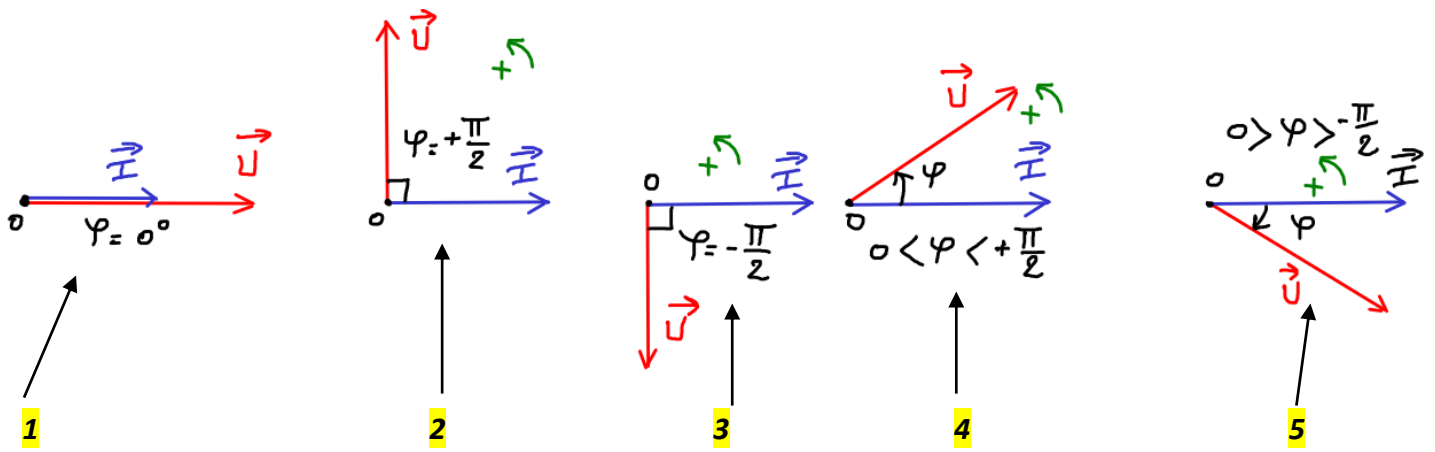
I : c'est le courant efficace en Ampère.

Z : c'est l'impédance en Ohm (Ω)

Dans une impédance, le déphasage est situé entre 0 et +90° ou 0 et -90°

Correspondance degré – radian pour l'angle IÔM

Degré	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
Radian	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	2π



1 : Résistance (R), la tension et le courant sont en phase (déphasage nul).

2 : Réactance inductive (XL), le déphasage est de $+90^\circ$ et la tension en avant sur le courant.

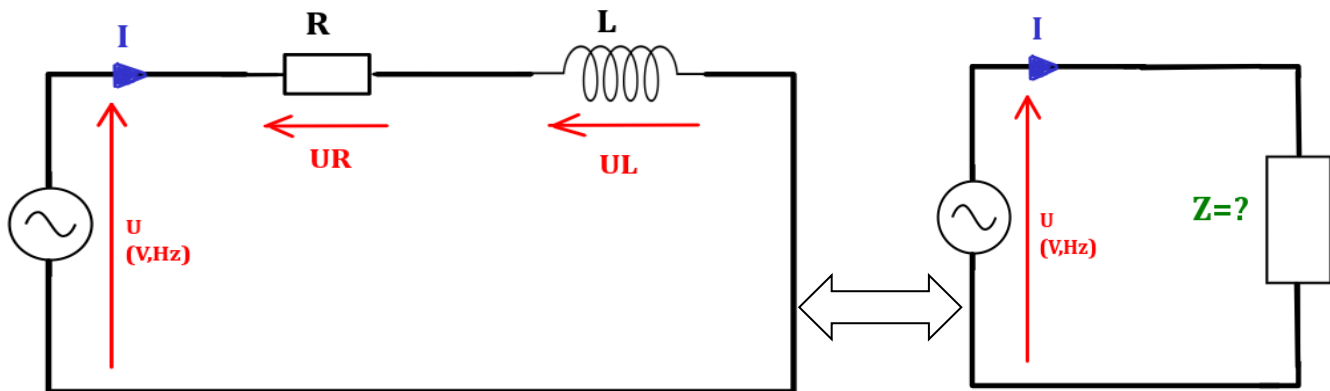
3 : Réactance capacitive (XC), le déphasage est de -90° et le courant en avant sur la tension.

4 : Impédance (Z) à caractère inductif, le déphasage est compris entre 0 et $+90^\circ$ et la tension est en avant sur le courant

5 : Impédance (Z) à caractère capacitif, le déphasage est compris entre 0 et -90° et le courant est en avant sur la tension

Circuit RL en série

La figure ci-dessous présente un circuit RL en série



Soit un circuit constitué d'une résistance de valeur R , d'une bobine d'inductance L associés en série et alimenté avec une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence F .

Un courant alternatif de valeur efficace I s'établit dans le circuit.

Les tensions aux bornes de chaque composant seront U_R , et U_L

Les valeurs efficaces de ces tensions ont les expressions suivantes :

$U = Z \cdot I$ - La tension d'alimentation

$U_R = R \cdot I$ - la tension efficace aux bornes de la résistance.

$U_L = X_L \cdot I$ - la tension efficace aux bornes de la bobine avec X_L la réactance inductive de la bobine,

Où : $X_L = L \omega$, et $\omega = 2\pi F$



$$\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_L}$$

Somme vectorielle et non somme algébrique

Déphasage entre U_R , U_L et I

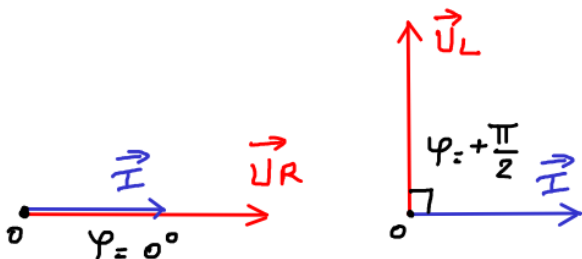
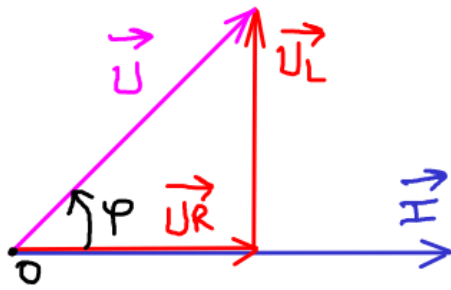


Diagramme vectoriel ou diagramme de Fresnel

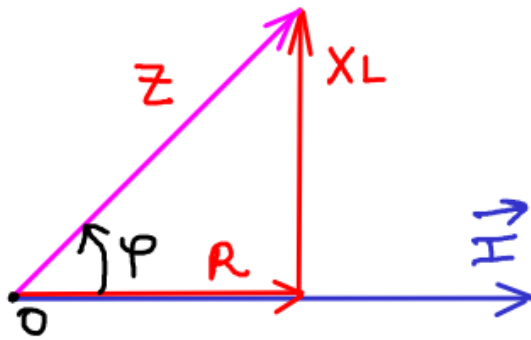
On prend comme origine des phases le courant car il est commun dans le circuit série.



Divisons chaque tension par I

$$\frac{U}{I} = Z \quad \frac{U_R}{I} = R \quad \frac{U_L}{I} = XL$$

On obtiendra alors **le triangle d'impédance**



Appliquons le théorème de Pythagore

$$Z^2 = R^2 + XL^2$$

Donc $Z = \sqrt{R^2 + XL^2} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$

$Z = R + j XL$

Déphasage et facteur de puissance

Calcul du déphasage :

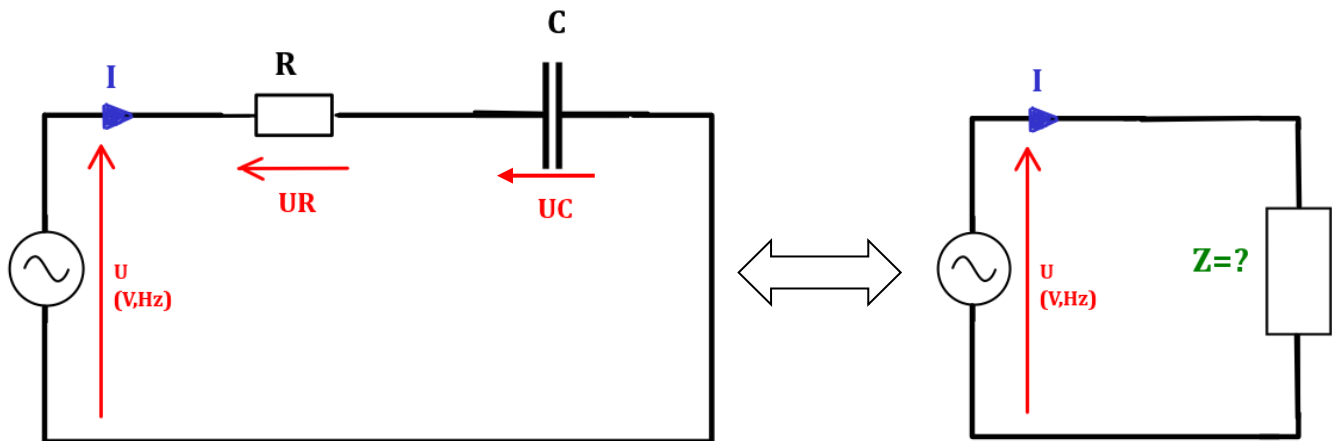
$$\text{Tg } \varphi = \frac{XL}{R} \quad \text{D'où} \quad \varphi = \text{Tg}^{-1} \frac{XL}{R}$$

Calcul du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Circuit RC en série

La figure ci-dessous présente un circuit RC en série



Soit un circuit constitué d'une résistance de valeur R , d'un condensateur de capacité C associés en série et alimenté avec une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence F .

Un courant alternatif de valeur efficace I s'établit dans le circuit.

Les tensions aux bornes de chaque composant seront UR , et UC

Les valeurs efficaces de ces tensions ont les expressions suivantes :

$U = Z \cdot I$ - La tension d'alimentation

$UR = R \cdot I$ - la tension efficace aux bornes de la résistance.

$UC = XC \cdot I$ - la tension efficace aux bornes du condensateur avec XC la réactance capacitive du condensateur,

Où : $XC = 1/C \omega$, et $\omega = 2\pi F$



$$\vec{U} = \vec{UR} + \vec{UC}$$

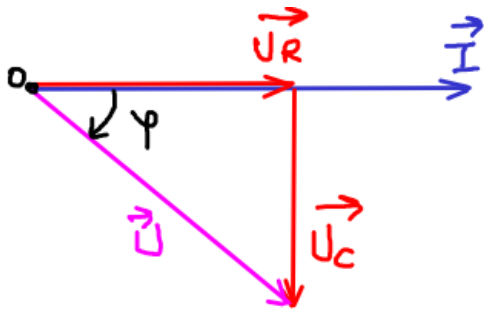
Somme vectorielle et non somme algébrique

Déphasage entre UR , UC et I



Diagramme vectoriel ou diagramme de Fresnel

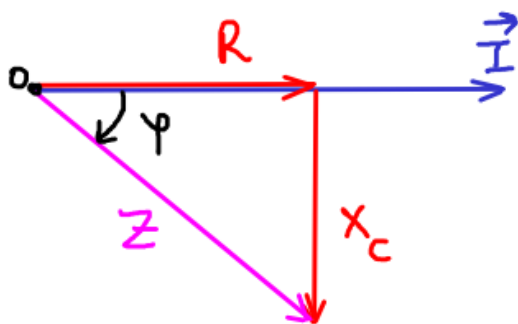
On prend comme origine des phases le courant car il est commun dans le circuit série.



Divisons chaque tension par I

$$\frac{U}{I} = Z \quad \frac{U_R}{I} = R \quad \frac{U_C}{I} = XC$$

On obtiendra alors **le triangle d'impédance**



Appliquons le théorème de Pythagore

$$Z^2 = R^2 + XC^2$$

Donc $Z = \sqrt{R^2 + XC^2} = \sqrt{R^2 + (1/C\omega)^2}$

$Z = R + 1/j XC = R - j XC$

Déphasage et facteur de puissance

Calcul du déphasage :

$$\text{Tg } \varphi = \frac{XC}{R} \quad \varphi = \text{Tg } \varphi^{-1} \frac{XC}{R}$$

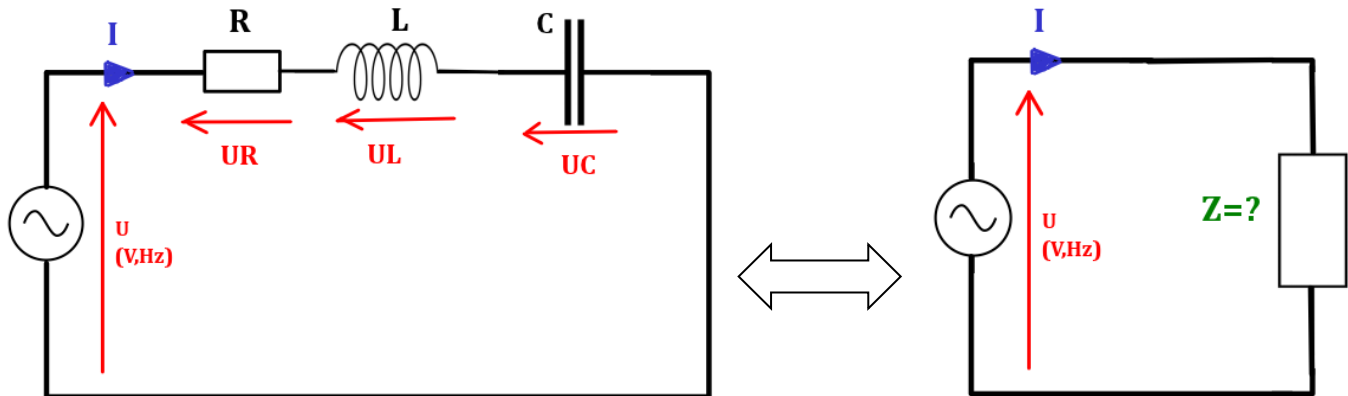
D'où

Calcul du facteur de puissance :

$$\text{Cos } \varphi = \frac{R}{Z}$$

Circuit RLC en série

La figure ci-dessous présente un circuit RLC en série



Soit un circuit constitué d'une résistance de valeur R , d'une bobine d'inductance L , d'un condensateur de capacité C associés en série et alimenté avec une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence F .

Un courant alternatif de valeur efficace I s'établit dans le circuit.

Les tensions aux bornes de chaque composant seront U_R , U_L et U_C

Les valeurs efficaces de ces tensions ont les expressions suivantes :

- $U = Z \cdot I$ - La tension d'alimentation
- $U_R = R \cdot I$ - la tension efficace aux bornes de la résistance.
- $U_L = X_L \cdot I$ - la tension efficace aux bornes de la bobine avec X_L la réactance inductive de la bobine,
- $U_C = X_C \cdot I$ - la tension efficace aux bornes du condensateur avec X_C la réactance capacitive du condensateur,

Où : $X_L = L \omega$, $X_C = 1/C \omega$, et $\omega = 2\pi F$



$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

Somme vectorielle et non somme algébrique

Déphasage entre U_R , U_L , U_C et I

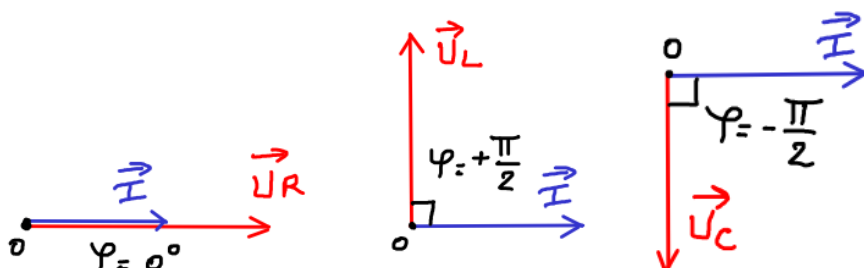
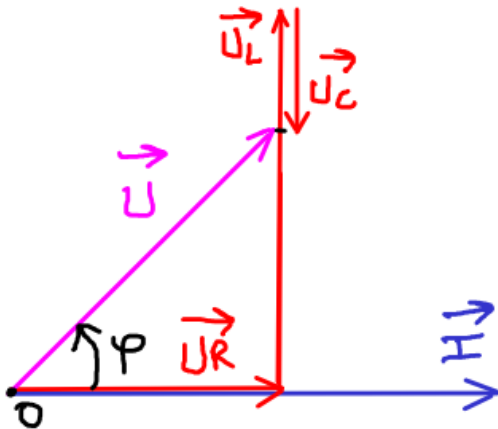


Diagramme vectoriel ou diagramme de Fresnel

On prend comme origine des phases le courant car il est commun dans le circuit série.

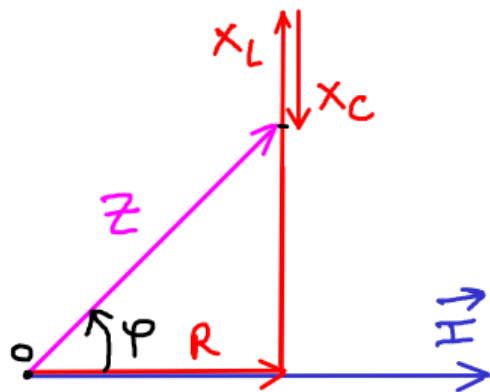


Divisons chaque tension par I

$$\frac{U}{I} = Z \quad \frac{U_R}{I} = R$$

$$\frac{U_L}{I} = X_L \quad \frac{U_C}{I} = X_C$$

On obtiendra alors **le triangle d'impédance**



Appliquons le théorème de Pythagore

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$\text{Donc } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + (X_L - 1/C\omega)^2}$$

Déphasage et facteur de puissance

$Z = R + j(X_L - X_C)$

Calcul du déphasage :

$$\text{Tg } \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{D'où} \quad \varphi = \text{Tg}^{-1} \varphi \frac{X_L - X_C}{R}$$

Calcul du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Résonnance

La tension efficace du générateur est maintenue constante, tout en modifiant la valeur de la fréquence. On peut trouver alors, une fréquence particulière « F_0 » pour laquelle les réactances des deux éléments réactifs sont égales :

$$X_L = X_C, \quad \text{soit : } L\omega = \frac{1}{C\omega}, \quad \text{soit : } F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

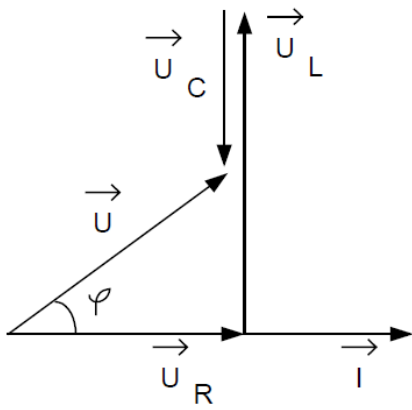


Diagramme de Fresnel pour $F \neq F_0$

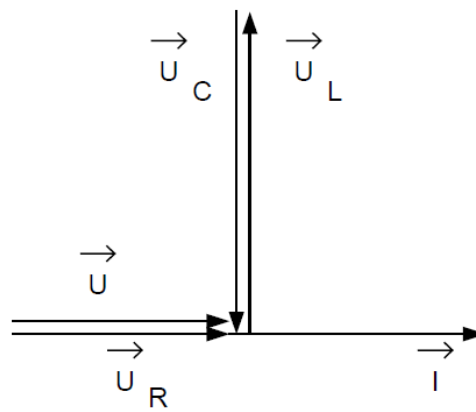
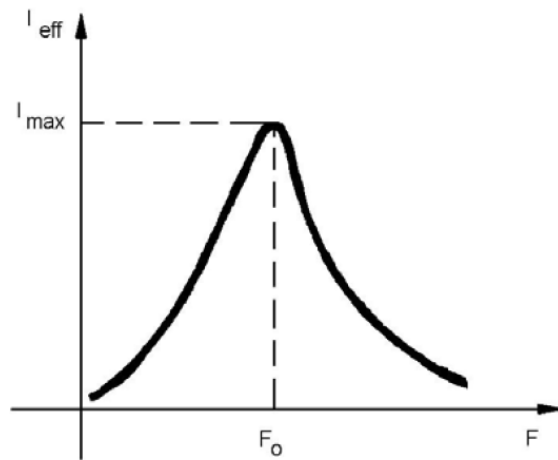
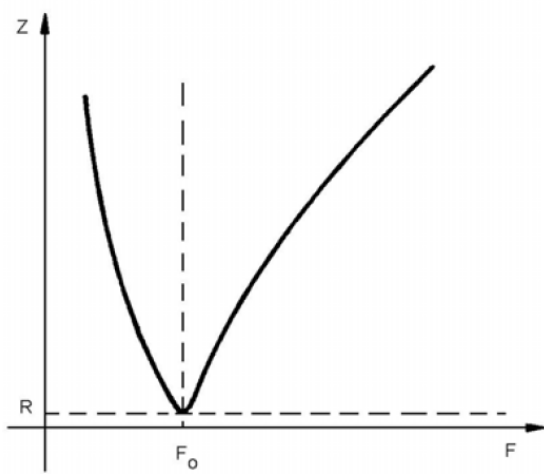


Diagramme de Fresnel pour $F = F_0$

A la résonance on a :

$U = U_R$, $Z = R$, $\cos \varphi = 1$, l'impédance est minimum , le courant est maximum



Le facteur de qualité du circuit, Q

A la résonance d'un circuit R-L-C série la tension aux bornes des éléments réactifs peuvent même dépasser la tension d'alimentation.

On appelle le facteur de qualité du circuit, (symbole Q) le rapport entre la tension aux bornes d'un élément réactif et la tension d'alimentation pour la fréquence de la résonance :

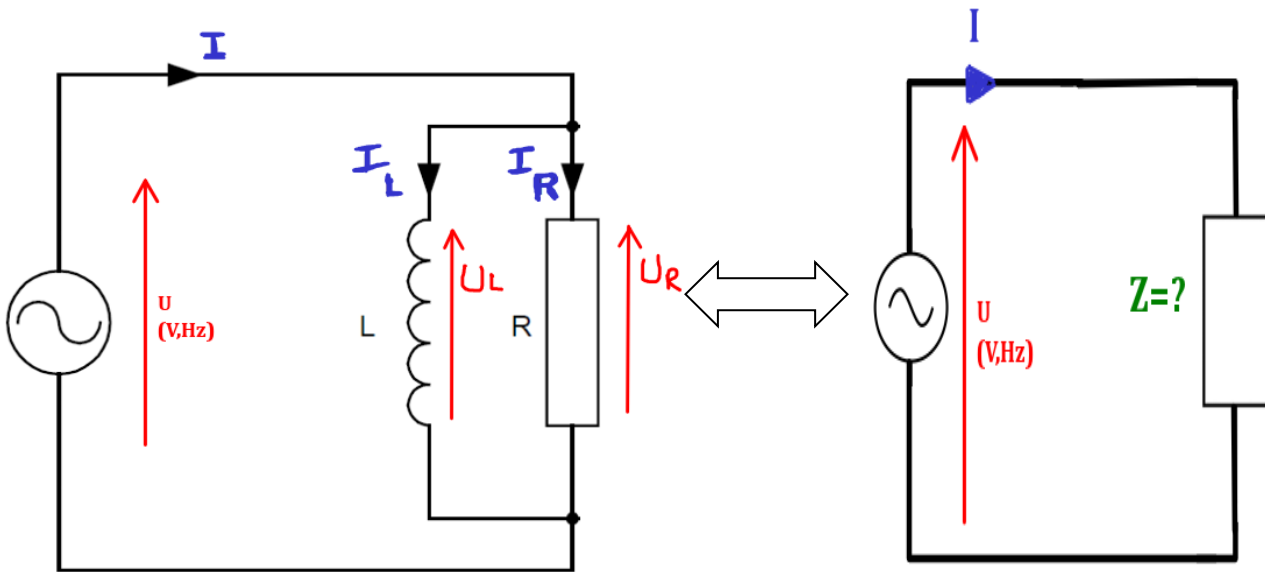
$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Comme $\omega_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ou trouve :

$$Q = \frac{L}{2\pi R \sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Circuit RL en parallèle

La figure ci-dessous présente un circuit RL en parallèle



Soit un circuit constitué d'une résistance de valeur R , d'une bobine d'inductance L associés en parallèle et alimenté avec une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence F .

Un courant alternatif de valeur efficace I s'établit dans le circuit.

Les tensions aux bornes de chaque composant seront $U_R = U_L = U$

Les valeurs efficaces de ces tensions ont les expressions suivantes :

$U = Z \cdot I$ - La tension d'alimentation

$U_R = U = R \cdot I_R$ - la tension efficace aux bornes de la résistance.

$U_L = U = X_L \cdot I_L$ - la tension efficace aux bornes de la bobine avec X_L la réactance inductive de la bobine,

Où : **$X_L = L \omega$** , et **$\omega = 2\pi F$**



$$\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_L}$$

Somme vectorielle et non somme algébrique

Déphasage entre I_R , I_L et U

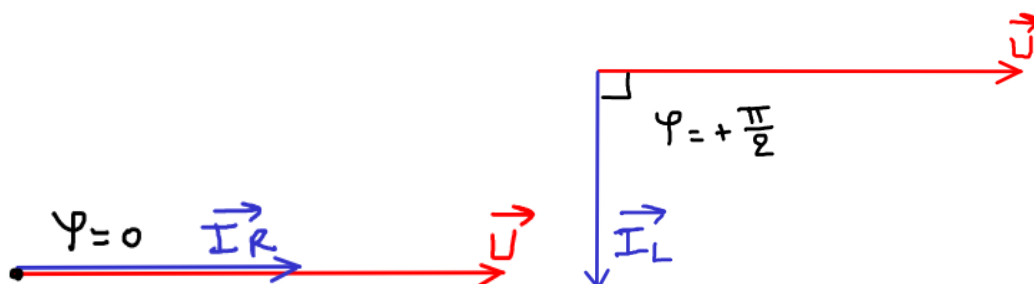
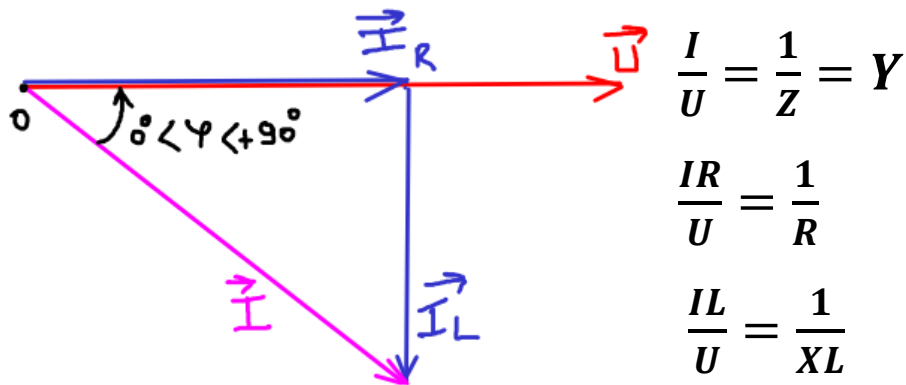


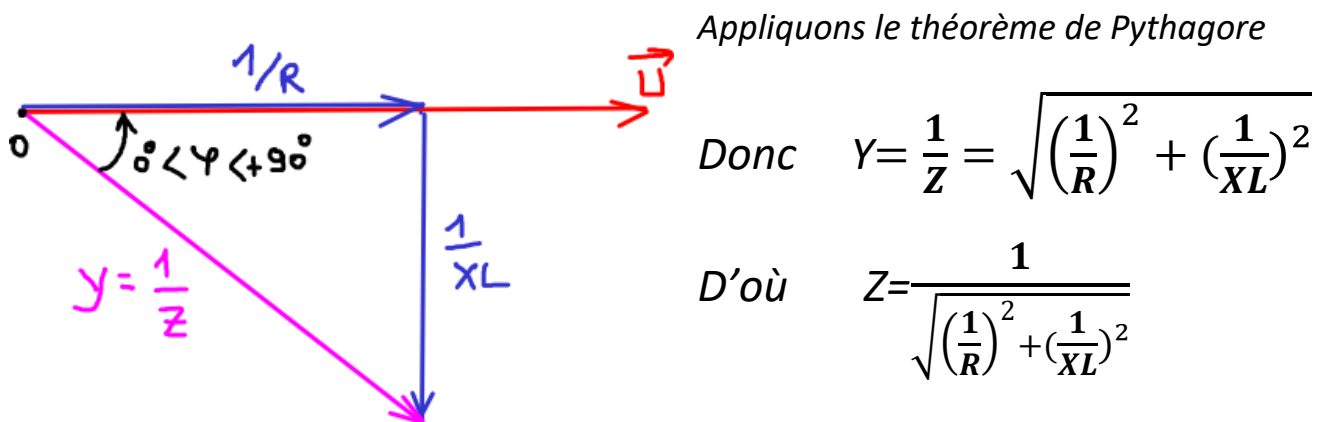
Diagramme vectoriel ou diagramme de Fresnel

On prend comme origine des phases la tension car elle est commune dans le circuit parallèle.

Divisons chaque courant par U



On obtiendra alors **le triangle d'admittance**



Déphasage et facteur de puissance

Calcul du déphasage :

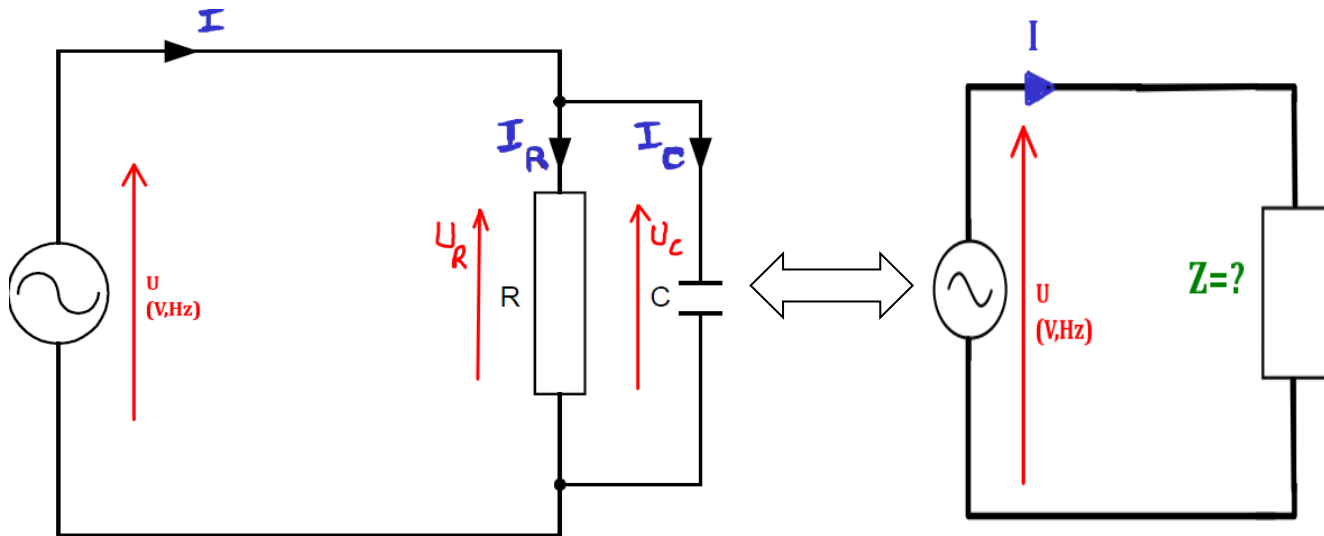
$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{XL}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{XL} \quad \text{D'où} \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{R}{XL}\right)$$

Calcul du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

Circuit RC en parallèle

La figure ci-dessous présente un circuit RC en parallèle



Soit un circuit constitué d'une résistance de valeur R , d'un condensateur de capacité C associés en parallèle et alimenté avec une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence F .

Un courant alternatif de valeur efficace I s'établit dans le circuit.

Les tensions aux bornes de chaque composant seront $U_R = U_C = U$

Les valeurs efficaces de ces tensions ont les expressions suivantes :

$U = Z \cdot I$ - La tension d'alimentation

$U_R = U = R \cdot I_R$ - la tension efficace aux bornes de la résistance.

$U_C = U = X_C \cdot I_C$ - la tension efficace aux bornes du condensateur avec X_C la réactance capacitive du condensateur,

Où : $X_C = 1/C \omega$, et $\omega = 2\pi F$



$$\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_C}$$

Somme vectorielle et non somme algébrique

Déphasage entre I_R , I_C et U

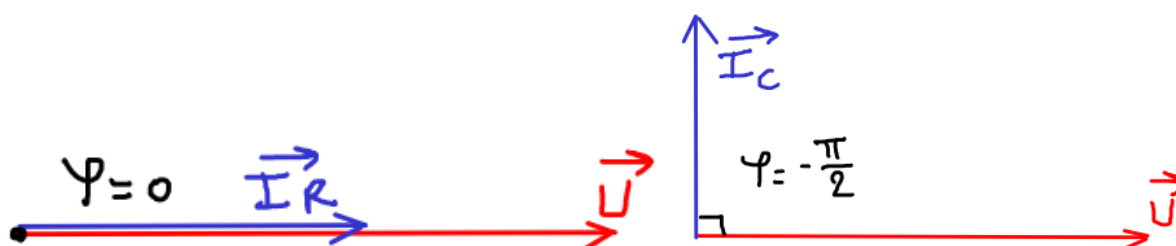
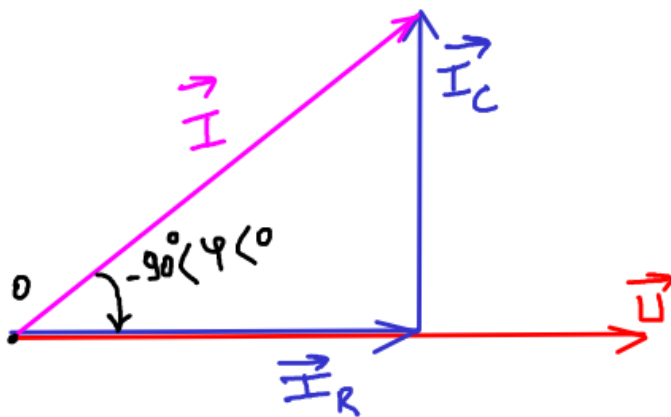


Diagramme vectoriel ou diagramme de Fresnel

On prend comme origine des phases la tension car elle est commune dans le circuit parallèle.



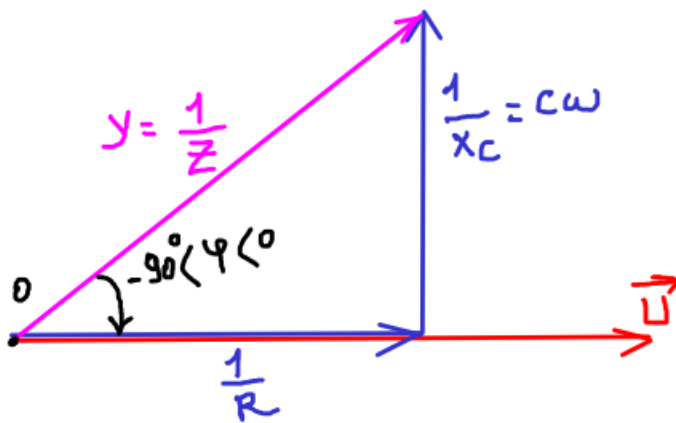
Divisons chaque courant par U

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{Z} = Y$$

$$\frac{IR}{U} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{IC}{U} = \frac{1}{XC}$$

On obtiendra alors **le triangle d'admittance**



Appliquons le théorème de Pythagore

$$\text{Donc } Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{XC}\right)^2}$$

$$\text{D'où } Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{XC}\right)^2}}$$

Déphasage et facteur de puissance

Calcul du déphasage :

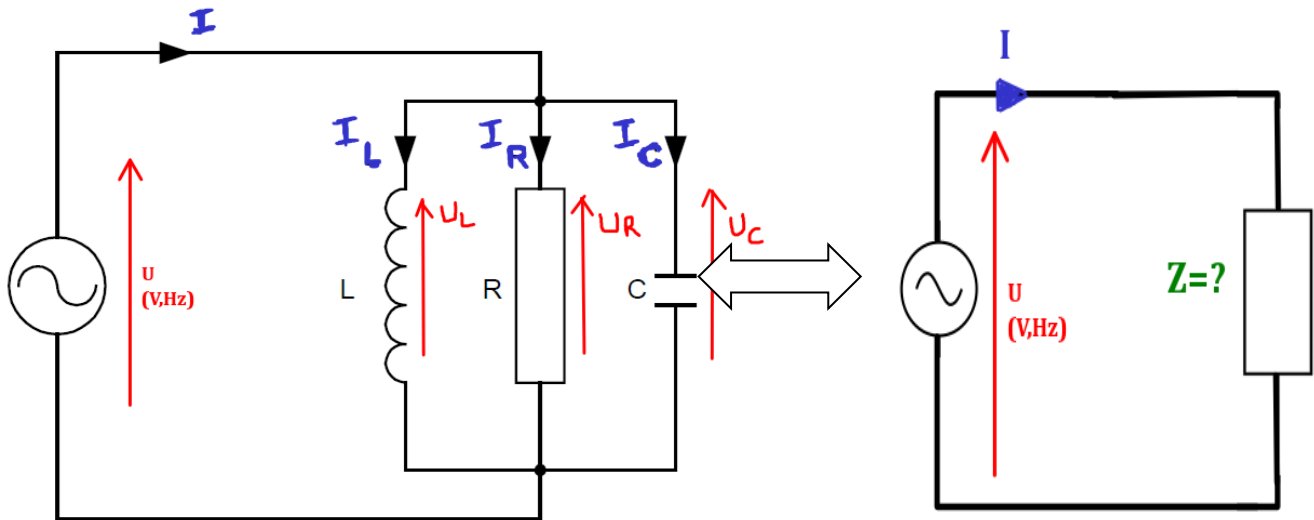
$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_C} \quad \text{D'où} \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_C}\right)$$

Calcul du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

Circuit RLC en parallèle

La figure ci-dessous présente un circuit RLC en parallèle



Soit un circuit constitué d'une résistance R , d'une bobine d'inductance L , d'un condensateur de capacité C associés en parallèle et alimenté avec une tension alternative de valeur efficace U et de fréquence F .

Un courant alternatif de valeur efficace I s'établit dans le circuit.

Les tensions aux bornes de chaque composant seront $U_R = U_L = U_C = U$

Les valeurs efficaces de ces tensions ont les expressions suivantes :

- $U = Z \cdot I$** - La tension d'alimentation
- $U_R = U = R \cdot I_R$** - la tension efficace aux bornes de la résistance.
- $U_L = U = X_L \cdot I_L$** - la tension efficace aux bornes de la bobine avec X_L la réactance inductive de la bobine,
- $U_C = U = X_C \cdot I_C$** - la tension efficace aux bornes du condensateur avec X_C la réactance capacitive du condensateur,

Où : **$X_L = L \omega$** , **$X_C = 1/C \omega$** , et **$\omega = 2\pi F$**



$$\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_L} + \vec{I_C}$$

Somme vectorielle et non somme algébrique

Déphasage entre I_R , I_L , I_C et U

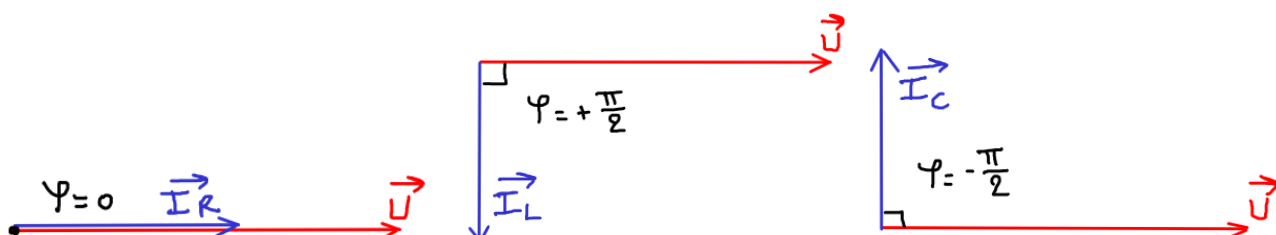
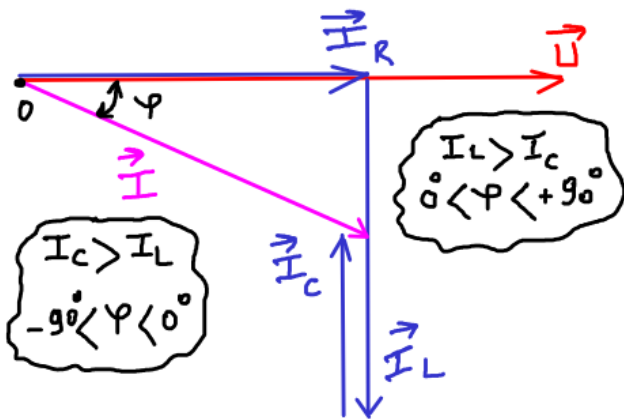


Diagramme vectoriel ou diagramme de Fresnel

On prend comme origine des phases la tension car elle est commune dans le circuit parallèle.

Divisons chaque courant par U



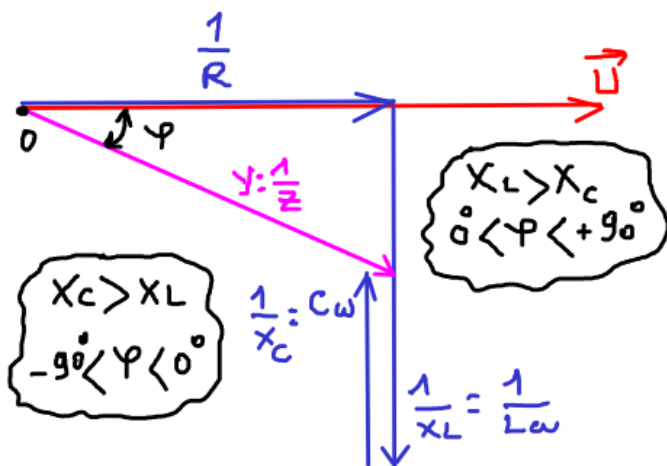
$$\frac{I}{U} = \frac{1}{Z} = Y$$

$$\frac{IR}{U} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{IL}{U} = \frac{1}{XL}$$

$$\frac{IC}{U} = \frac{1}{XC}$$

On obtiendra alors **le triangle d'admittance**



Appliquons le théorème de Pythagore

$$Y^2 = \left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{XL} - \frac{1}{XC}\right)^2$$

Donc $Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{XL} - \frac{1}{XC}\right)^2}$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{XL} - \frac{1}{XC}\right)^2}}$$

Déphasage et facteur de puissance

Calcul du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

Calcul du déphasage :

$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{Z}{R}\right)$$

Résonnance

La tension efficace du générateur est maintenue constante, tout en modifiant la valeur de la fréquence. On peut trouver alors, une fréquence particulière « F_0 » pour laquelle les réactances des deux éléments réactifs sont égales

$$X_L = X_C \text{ et } L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

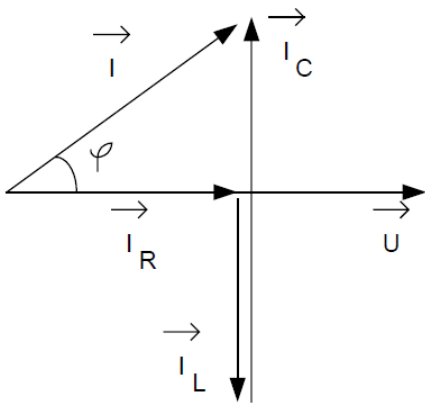


Diagramme de Fresnel pour $F \neq F_0$

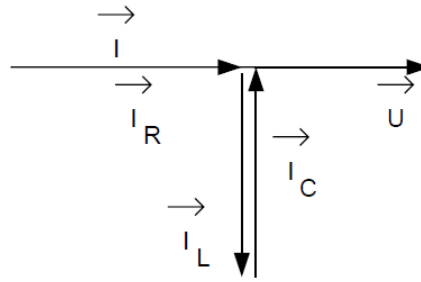
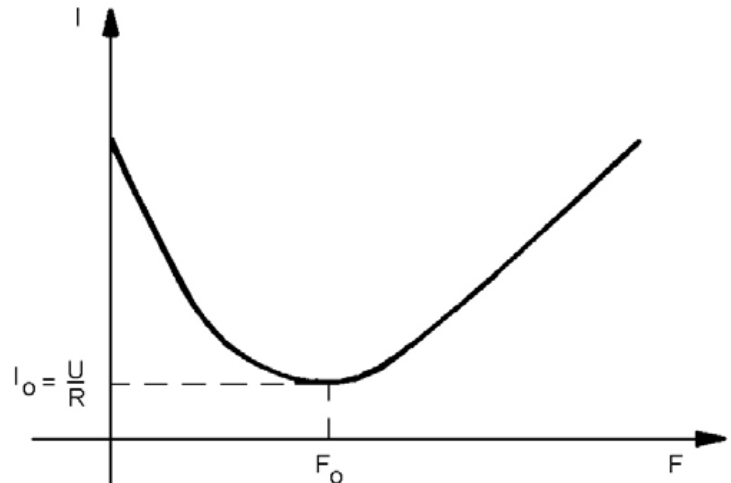
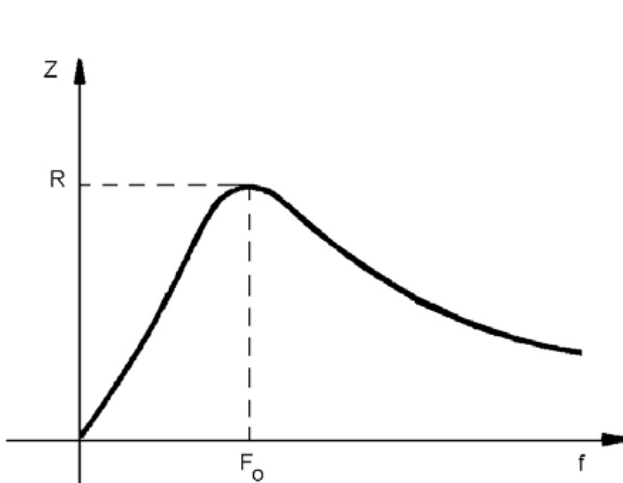


diagramme de Fresnel pour $F = F_0$



EXERCICES CIRCUITS EN SERIE :

Exercice 1 :

Une bobine est vendue avec les caractéristiques suivantes : $R = 6,8 \, \Omega$; $L = 0,23 \, \text{H}$.

Calculer son impédance Z si on l'utilise sous une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 Hz.

Exercice 2 :

Aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 0,12 \, \text{H}$ et de résistance $R = 12 \, \Omega$, on applique une tension de valeur instantanée $u(t) = 170 \sin(100\pi t)$.

1) Déterminer pour cette tension :

a) sa fréquence f et sa période T

b) sa valeur efficace U_{eff} et sa valeur maximale U_{max}

2) Déterminer

a) l'impédance de la bobine Z

b) la valeur efficace de l'intensité du courant traversant la bobine I

c) le déphasage φ en radians entre la tension et l'intensité du courant

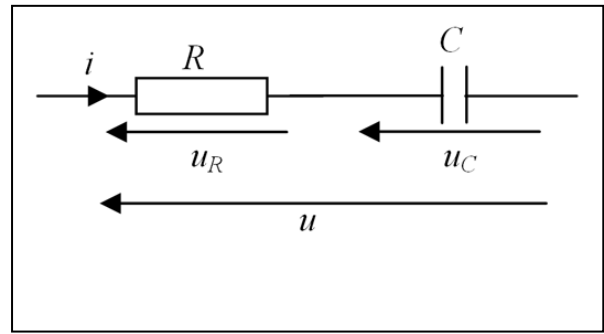
Exercice 3 :

On donne $U = 5 \text{ V}$, $f = 10 \text{ KHz}$, $R = 1 \text{ K}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$.

1/ Calculer Z , I , φ , U_R et U_C .

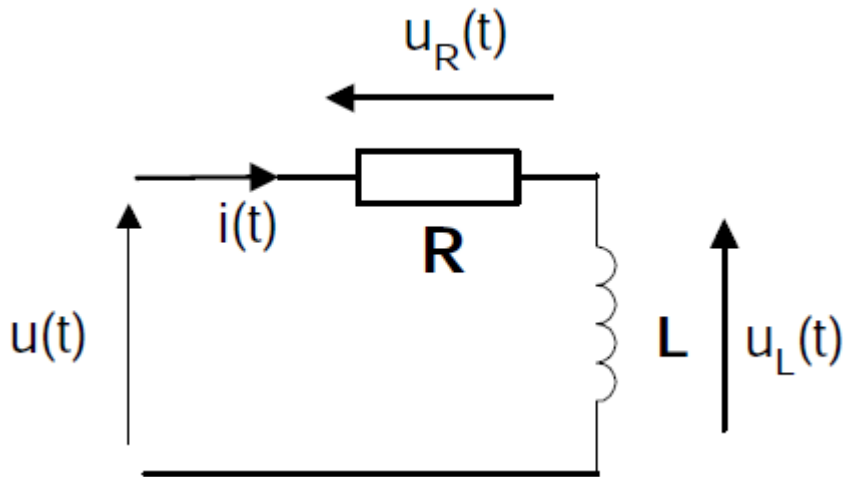
2/ Comparer U et $U_R + U_C$. Commentaires ?

3/ Pour quelle fréquence a-t-on $U_C = U_R$?



Exercice 4 :

Soit le montage suivant :



On donne : $L = 0,1 \text{ H}$ et $R = 200 \Omega$.

$I = 50 \text{ mA}$ et $f = 200 \text{ Hz}$.

1. Calculer la valeur de la tension aux bornes de la bobine.
2. Calculer la valeur de la tension aux bornes de la résistance.
3. Faire la construction de Fresnel et en déduire la valeur de la tension aux bornes de l'ensemble. (Échelle à respecter : $1 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ V}$)
4. Calculer la valeur de l'impédance totale du circuit
5. Donner le déphasage entre le courant $i(t)$ et la tension $u(t)$.

Exercice 5 :

Une bobine B ($L=0,35\text{H}$, $r=3\Omega$) est placée en série avec une résistance $R=52\Omega$ et un condensateur $C=10\mu\text{F}$. On soumet l'ensemble à une tension sinusoïdale de valeur efficace $U=110\text{V}$ dont on fait varier la fréquence f .

1. Calculer l'impédance Z de l'ensemble : bobine, résistance, condensateur pour $f=100\text{Hz}$. Quelle est alors l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit ?
2. Calculer les tensions efficaces U_L aux bornes de la bobine, U_R aux bornes de la résistance et U_C aux bornes du condensateur. Quel est le déphasage φ de l'intensité par rapport à la tension ?
3. Tracer le diagramme de Fresnel correspondant.

Exercice 6 :

Un circuit en courant alternatif comprend les éléments suivants associés en série :

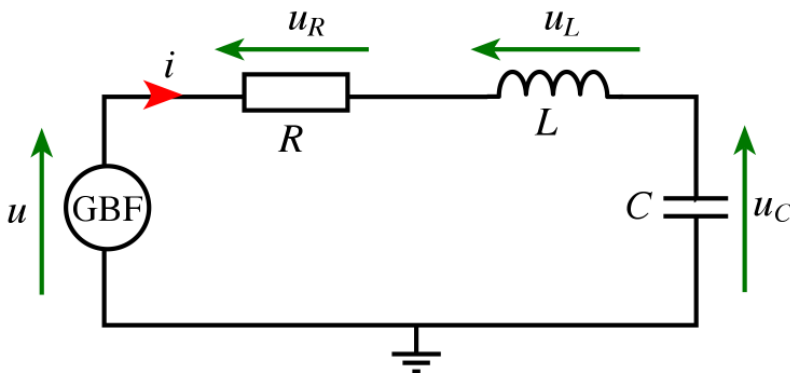
Une résistance R , une bobine L et un condensateur C . Les tensions relevées aux bornes de chaque élément ont les valeurs efficaces suivantes :

$$U_R = 40V ; U_L = 40V ; U_C = 10V$$

- Dessiner le diagramme vectoriel associé au circuit en utilisant une échelle appropriée.
- Déterminer graphiquement la tension d'alimentation du circuit.
- Indiquer le caractère du circuit (capacitif ou inductif).
- Estimer le déphasage entre le courant et la tension aux bornes du circuit.
- Pour une valeur efficace du courant principal $I=4A$ déterminer l'impédance du circuit.
- Dessiner le triangle des impédances.

Exercice 7 :

Soit le circuit RLC suivant :



$$R=330\Omega, L=100mH, C=47\mu F, f=100Hz, U(t)=10\sqrt{2}\sin(\omega t).$$

1. Tracer le diagramme de Fresnel des impédances et en déduire :

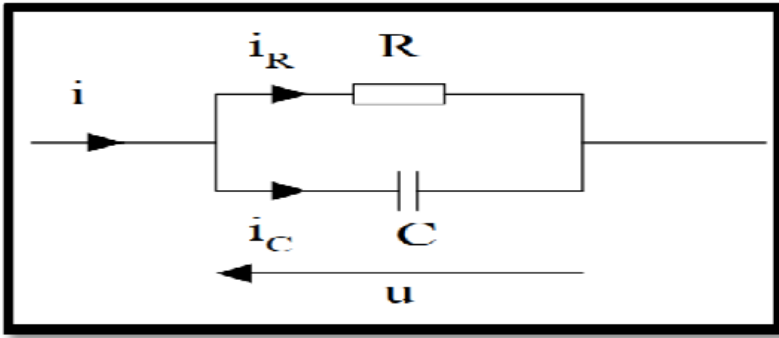
- L'impédance Z et le déphasage ϕ du circuit.
- La valeur efficace du courant i .
- La valeur efficace des tensions U_L , U_R et U_C .

2. Calculer la fréquence de résonance f_0 .

EXERCICES CIRCUITS EN PARALLELE :

Exercice 1 :

Soit le circuit électrique suivant :



U est une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 10\text{ V}$, de fréquence $f = 50\text{ Hz}$.

On donne : $R = 10\text{ k}\Omega$ et $C = 1\text{ }\mu\text{F}$.

1. Calculer I_R et I_C .
2. Calculer l'admittance Y et l'impédance Z
3. Calculer le courant i et le déphasage entre la tension u et le courant i

Exercice 2 :

Un circuit de courant alternatif comprend les composants suivants associés en parallèle :

Une résistance R , une bobine L et un condensateur C .

Les courants relevés à travers chaque élément ont les valeurs efficaces suivantes :

$I_R = 9\text{ A}$; $I_L = 15\text{ A}$; $I_C = 9\text{ A}$

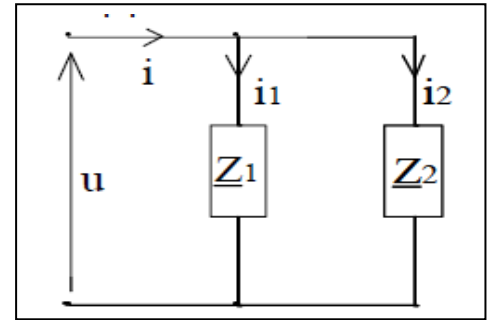
- Dessiner le diagramme vectoriel associé au circuit en utilisant une échelle appropriée.
- Déterminer graphiquement le courant principal du circuit.
- Indiquer le caractère du circuit (inductif ou capacitif).
- Estimer le déphasage entre le courant principal et la tension aux bornes du circuit.
- Pour une valeur efficace de la tension d'alimentation du circuit $U = 50\text{ V}$, déterminer l'impédance du circuit.
- Dessiner le triangle d'admittances.

Exercice 3 :

Le courant i à une valeur efficace de 8A et il est en avance de 30° par rapport à u .

Le courant i_1 à une valeur efficace de 5A et il est en retard de 45° par rapport à u .

1. Donner la relation entre les courants.
2. Déterminer les vecteurs de Fresnel représentant i et i_1
3. Placer les vecteurs de Fresnel représentant i et i_1 (1A/cm).
4. En déduire I_2 et ϕ_2 . (Valeur efficace et phase de i_2).



Notation complexe en électricité

La notation complexe permet de simplifier les calculs en CA surtout où on ne veut pas utiliser la méthode vectorielle (diagramme de Fresnel).

Représentation complexe

Rappels sur les complexes.

Forme polaire Forme rectangulaire

$\underline{Z} = [Z; \theta] = [a + jb]$ où : Z module, θ argument, a partie réelle, b partie imaginaire

$Z = [Z, \theta] = Z \cos \theta + j Z \sin \theta$ et $Z = a + jb = [\sqrt{a^2 + b^2}; \theta = \arctg(b/a)]$.

Calculs:

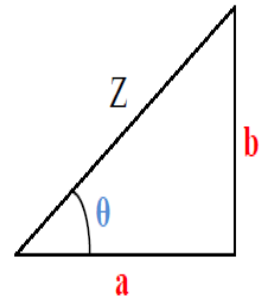
Addition: $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$.

Soustraction: $\underline{Z} = \underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$.

Multiplication: $\underline{Z} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = [Z_1 \cdot Z_2; \theta_1 + \theta_2]$ θ_1 et θ_2 arguments de $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$.

Division: $\underline{Z} = \underline{Z}_1 / \underline{Z}_2 = [Z_1 / Z_2; \theta_1 - \theta_2]$.

Dérivée: $(\underline{Z})' = j\omega \underline{Z}$.



Utilisation en électricité

$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \phi_u) \Rightarrow \underline{U} = [U; \phi_u]$ et $i \Rightarrow \underline{I} = [I; \phi_i]$

Si i est la référence alors $\phi_i = 0$ et $\phi_u = \phi \Rightarrow \underline{I} = [I; 0]$ et $\underline{U} = [U; \phi]$

$\underline{U} = U \cos \phi + j U \sin \phi = a + jb = [\sqrt{a^2 + b^2}; \phi = \arctg(b/a)]$.

Modèle équivalent d'un dipôle linéaire

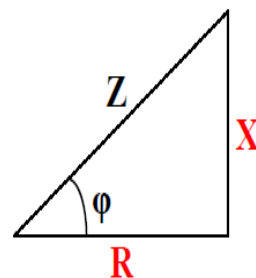
Modèle série : Impédance

$$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = R + jX = [Z ; \varphi]$$

R : partie réelle de $\underline{Z} \rightarrow$ résistance en ohm,

X : partie imaginaire de $\underline{Z} \rightarrow$ réactance en ohm,

$$Z = U/I = \sqrt{(R^2 + X^2)} \rightarrow \text{Impédance en ohm} \quad \text{et } \varphi \text{ tel que } \tan \varphi = X/R$$



$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \arg \underline{U} - \arg \underline{I} = \arg \underline{Z} \quad (\varphi = (\vec{I}, \vec{U}) \text{ déphasage de } i \text{ sur } u)$$

Les Dipôles élémentaires	relation instantanée	Tension efficace	Déphasage φ	Tension complexe	Impédance complexe
Résistance R	$u = R.i$	$U = R.I$	0	$\underline{U} = R.\underline{I}$	$\underline{Z}_R = R$
Inductance L	$u = L di/dt$	$U = L\omega.I$	$\pi/2$	$\underline{U} = jL\omega.\underline{I}$	$\underline{Z}_L = jL\omega$
Condensateur C	$u = C di/dt$	$U = I/C\omega$	$-\pi/2$	$\underline{U} = -jI/C\omega$	$\underline{Z}_C = -j/C\omega$

Groupement série

Groupement série	R, L	R, C	R, L, C
$\underline{Z} = \sum \underline{Z}_i$	$\underline{Z}_{RL} = R + jL\omega$	$\underline{Z}_{RC} = R - j/C\omega$	$\underline{Z}_{RLC} = R + j(L\omega - 1/C\omega)$

Remarque : $X > 0$ $\varphi > 0$ le dipôle est *inductif* et $\vec{I}$ est en retard par rapport à $\vec{U}$

$X < 0$ $\varphi < 0$ le dipôle est *capacitif* et $\vec{I}$ est en avance par rapport à $\vec{U}$

$X = 0$ $\varphi = 0$ le dipôle est *résistif* et $\vec{I}$ est en phase avec $\vec{U}$

Modèle parallèle : Admittance

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z} \Rightarrow \underline{I} = \underline{Y}.\underline{U}$$

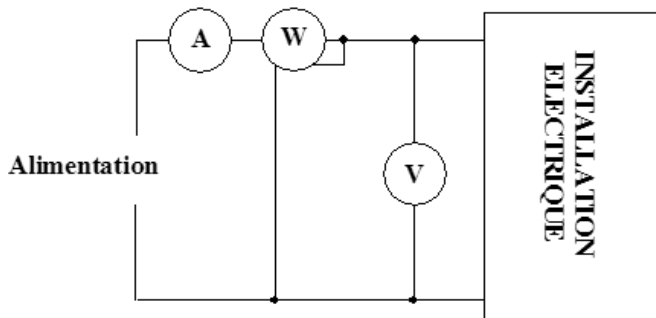
Les Dipôles élémentaires	La Résistance R	L'inductance L	Le condensateur C
Admittance	$\underline{Y}_R = 1/R$	$\underline{Y}_L = 1/jL\omega = -j/L\omega$	$\underline{Y}_C = 1/-j/C\omega = jC\omega$

Groupement parallèle

$$\underline{Y} = \sum \underline{Y}_i \quad \text{cas de 2 dipôles } \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \text{ ou } \underline{Z} = \underline{Z}_1.\underline{Z}_2/(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$$

PUISSANCES EN CA (monophasé)

1- Puissance en Courant Continu



$$P=U.I$$

P : Puissance watt (w)

U : tension en volt (V)

I : courant en ampère (A)

2- Puissance en Courant alternatif

2.1- Puissance active P en Watt (W)

$$P=U.I.\cos\varphi$$

P : Puissance active watt (w)

U : tension en volt (V)

I : courant en ampère (A)

$\cos\varphi$: cosinus de l'angle de déphasage entre la tension et le courant

2.2- Puissance réactive Q en Volt Ampère Réactive (var)

$$Q=U.I.\sin\varphi$$

Q : Puissance réactive (var)

U : tension en volt (V)

I : courant en ampère (A)

$\sin\varphi$: Sinus de l'angle de déphasage entre la tension et le courant

2.3- Puissance apparente S en Volt Ampère (VA)

$$S=U.I$$

S : Puissance Apparente (VA)

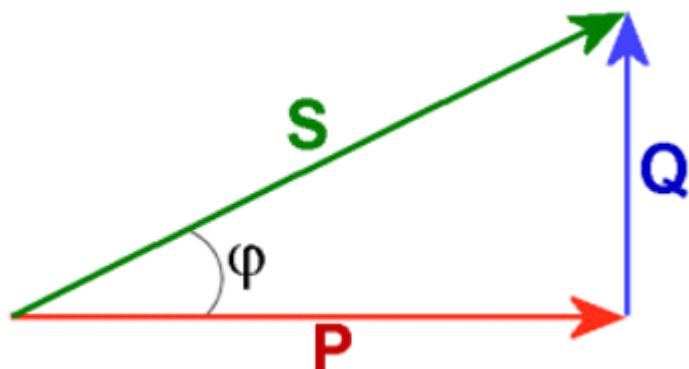
U : tension en volt (V)

I : courant en ampère (A)

2.4- Facteur de puissance

$$\cos \varphi = P/S$$

2.5- Triangle de puissance



$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P}$$

$$Q = P \cdot \tan \varphi$$

D'après le théorème de Pythagore

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

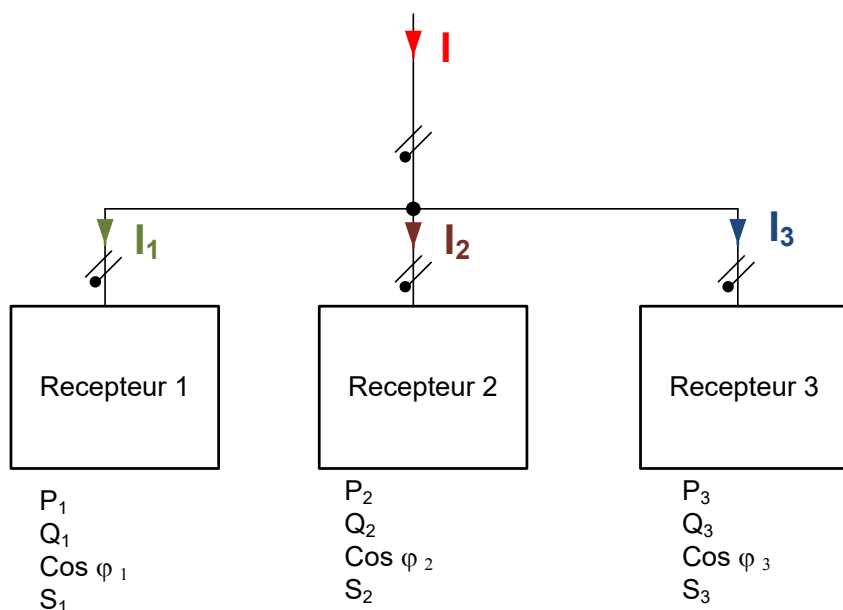
$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

2.6- Installation contenant plusieurs récepteurs en CA

Une installation électrique est un ensemble de récepteurs, groupés en parallèle et alimentés par une tension commune de valeur efficace constante fournie par le réseau de distribution.

Chaque récepteur (lampe, radiateur, moteur, ...) est caractérisé par :

- la puissance électrique absorbée, sa nature, capacitive ou inductive
- le facteur de puissance,



Le problème à résoudre consiste à déterminer le courant total consommé par le groupement et le facteur de puissance de l'installation.

MÉTHODE DE BOUCHEROT

Le théorème de Boucherot énonce la conservation des puissances actives et réactives. Dans tout circuit électrique :

- La puissance active totale consommée est égale à la somme arithmétique des puissances actives consommées par chaque récepteur $P_T = P_1 + P_2 + P_3$
- La puissance réactive totale consommée est la somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque récepteur. Ainsi dans le montage de la figure. $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Par contre les puissances apparentes ne se conservent pas.

S n'est pas égal à $S_T \neq S_1 + S_2 + S_3$ 

Cette méthode, s'applique à tout type de groupements, série ou parallèle.

Pour appliquer la méthode de Boucherot à un circuit, il faut faire le bilan des puissances actives et réactives.

Ce bilan peut se présenter sous forme d'un tableau.

DIPOLES	PUISSANCE ACTIVE (W)	PUISSANCE REACTIVE (var)
Récepteur 1	P_1	$Q_1 = P_1 \tan \varphi_1$
Récepteur 2	P_2	$Q_2 = P_2 \tan \varphi_2$
Récepteur 3	P_3	$Q_3 = P_3 \tan \varphi_3$
INSTALLATION	$P_T = P_1 + P_2 + P_3$	$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$

La puissance apparente totale se calcule alors par la relation : $S_t = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$

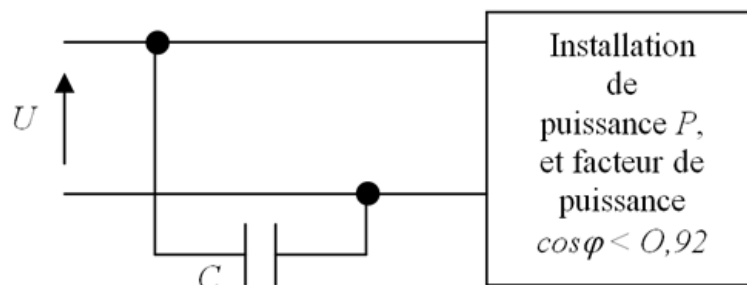
De la valeur de **S_T** , on peut déduire : **$I_t = S_T / U$** et **$\cos \varphi_t = P_T / S_T$**

2.7- Amélioration du facteur de puissance

Problème posé.

Si votre installation comporte de nombreux moteurs asynchrones qui consomment de l'énergie réactive (bobinages), vous devez relever le facteur de puissance au minimum à 0,93.

$\cos \varphi > 0,93$



En dessous de cette valeur l'ONEE vous facturera cette énergie réactive car elle lui coûte cher, puisque l'ONEE fourni plus de courant pour une même puissance active P .

Donc nécessité d'utiliser un condensateur qui fournit une énergie réactive à l'installation.

En monophasé :

$$Q_c = U^2 C \omega$$

La puissance active d'un condensateur étant égale à 0, la puissance active P de l'installation est la même avant et après la mise en place du condensateur

$$Q_c = P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

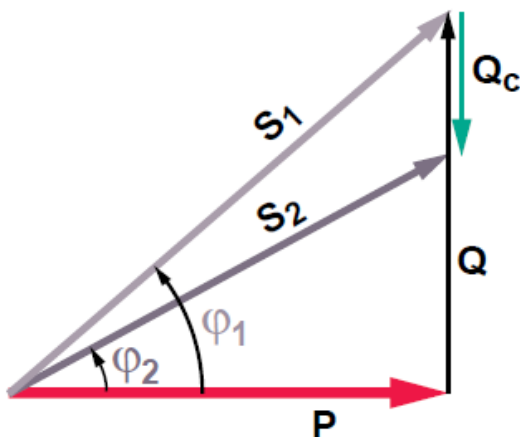
Par convention on adoptera :

φ_1 : Angle de déphasage avant relèvement

φ_2 : Angle de déphasage après relèvement

On en déduit :

$$C = \frac{P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{U^2 \omega}$$



Exercice 1 :

Une bobine ayant pour résistance $R = 2 \, \Omega$ et inductance $L = 0,138 \, H$ est parcourue par un courant sinusoïdal d'intensité efficace $I = 3 \, A$ et de fréquence $f = 50 \, Hz$. Calculer alors :

- La valeur efficace de la tension aux bornes de la bobine.
- la puissance active consommée par cette bobine.
- la puissance réactive consommée par cette bobine.
- la puissance apparente consommée par cette bobine.
- Le facteur de puissance.

Exercice 2 :

Une installation monophasée, alimentée par un réseau [230 V ; 50Hz], consomme une puissance active de 15kW avec un facteur de puissance de 0,72.

2-1- Déterminer puissances réactive et apparente consommées par le récepteur, ainsi que l'intensité efficace du courant en ligne.

2-2- On place en parallèle sur cette installation un condensateur de capacité $C = 190 \mu F$

Calculer les puissances active P' , réactive Q' , apparente S' consommées par l'ensemble, ainsi que le nouveau facteur de puissance et la nouvelle intensité en ligne I' .

Exercice 3 :

Une installation 230 V, 50 Hz alimente trois moteurs dont les caractéristiques sont les suivantes :

- moteur M 1 : puissance absorbée : $P_1 = 1 \text{ kW}$; facteur de puissance $\cos \varphi = 0,80$;
 - moteur M 2 : puissance absorbée : $P_2 = 1,2 \text{ kW}$; facteur de puissance $\cos \varphi = 0,75$;
 - moteur M 3 : puissance absorbée : $P_3 = 2 \text{ kW}$; facteur de puissance $\cos \varphi = 0,84$.
- Calculer les puissances active, réactive et apparente fournies totales
 - Calculer la valeur du facteur de puissance dans ces conditions.
 - Calculer la valeur efficace de l'intensité du courant de l'installation.

Exercice 4 :

Une installation triphasée, alimentée sous $U = 240V$ efficace et de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$, comprend :

- Récepteur n°1 : $P_1 = 1,2 \text{ kW}$; $Q_1 = 2 \text{ kvar}$;
- Récepteur n°2 : $P_2 = 2,5 \text{ kW}$; $Q_2 = 1,8 \text{ kvar}$;
- Récepteur n°3 : Moteur triphasé asynchrone de puissance utile $P_u = 1,2 \text{ kW}$; de rendement $\eta = 80\%$ et de facteur de puissance $\cos \varphi = 0,84$;
- Récepteur n°4 : Radiateur triphasé de puissance $P_4 = 1,8 \text{ kW}$;

1- Déterminer, lorsque tous les appareils sont sous tension la puissance active P , la puissance réactive Q , la puissance apparente S ainsi que le facteur de puissance $\cos \varphi$ de cette installation.

2- En déduire l'intensité I .

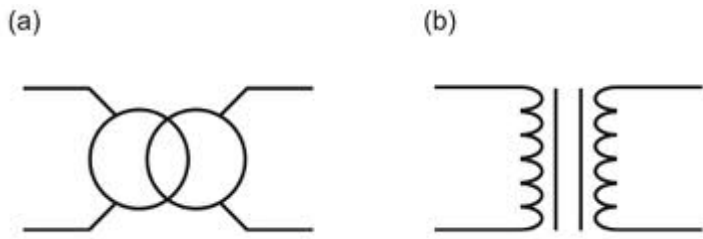
3- On désire relever le facteur de puissance $\cos \varphi' = 1$, déterminer la valeur de la puissance réactive qu'il faut installer. En déduire dans ce cas la valeur de la capacité

4- Calculer alors la nouvelle intensité I' qui circule dans une ligne de l'installation.

Décrire les caractéristiques des transformateurs

1-Définition

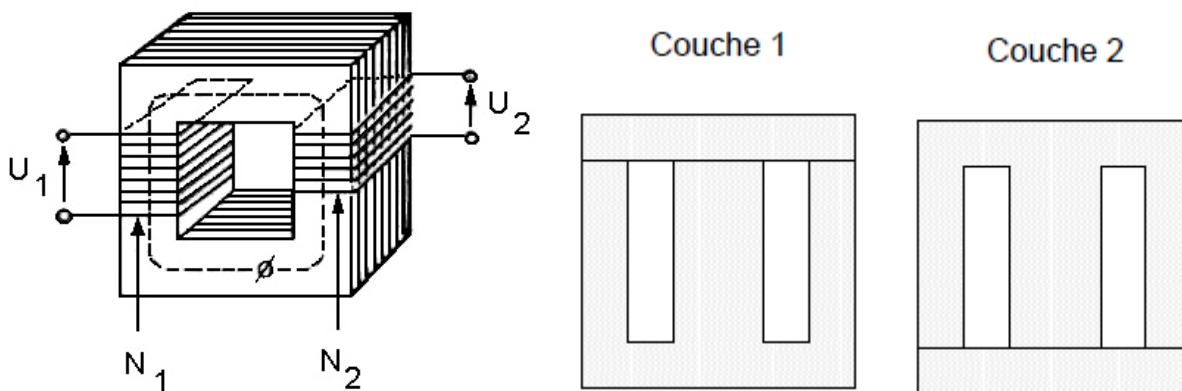
Un transformateur est un appareil statique qui permet de modifier les valeurs de tension et d'intensité du courant délivrées par une source d'énergie électrique alternative



2- Structure élémentaire du transformateur

Les éléments constitutifs principaux d'un transformateur sont : le circuit magnétique et les 2 enroulements :

L'une appelé primaire de N_1 spires et l'autre secondaire de N_2 spires



Lorsque l'enroulement primaire est alimenté avec une tension alternative U_1 , un flux magnétique est créé par celle-ci. Le flux variable se renferme par le circuit magnétique et induit dans l'enroulement secondaire, conformément à la loi de l'induction électromagnétique, une force électromotrice (f.é.m.) capable de délivrer un courant i_2 si une charge se branche aux bornes du secondaire.

3- Types de transformateur

Il existe 3 types :

Transformateur abaisseur $U_1 > U_2$ $I_1 < I_2$ $N_1 > N_2$ section fil 1 < section fil 2

Transformateur élévateur $U_1 < U_2$ $I_1 > I_2$ $N_1 < N_2$ section fil 1 > section fil 2

Transformateur Isolateur $U_1 = U_2$ $I_1 = I_2$ $N_2 = N_1$ section fil 1 = section fil 2

Formule de Boucherot :

$$U = 4.44 N.f.B_{max}.S$$

U : tension en volt (v)

N : nombre de spire

f : fréquence en hertz (Hz)

B_{max} : induction max en Tesla (T)

S : surface du circuit magnétique en mètre carré m^2

4- Rapport de Transformation

$$m = U_2/U_1 = N_2/N_1 \text{ pour transformateur réel}$$

U_2 : tension à vide c.à.d. $I_2=0$; U_2 : tension en charge

$$m = U_2/U_1 = N_2/N_1 = I_1/I_2 \text{ pour transformateur parfait (pas de pertes)}$$

5 - Bilan de puissance d'un transformateur monophasé

5.1 – Transformateur parfait

$$P_1 = P_2 \quad P = U I \cos \varphi \text{ en Watt (W)}$$

$$Q_1 = Q_2 \quad Q = U I \sin \varphi \text{ en Volt ampere reactive (var)}$$

$$S_1 = S_2 \quad S = U I \text{ en Volt Ampere (VA)}$$

$$\text{Rendement : } \eta = P_2/P_1 = 1 \quad \text{Car les Pertes} = 0$$

5.2 – Transformateur Réel

$$S_1 = U_1. I_1 = U_2. I_2$$

$$P_2 = P_1 - \text{Pertes (pertes joules et pertes magnétiques)}$$

Pertes joules

$$P_j = R_1.I_1^2 + R_2.I_2^2 \quad P_j = R_s. I_2^2 \text{ avec } R_s = m^2.R_1 + R_2 \quad P_{1cc} = P_j \text{ puissance en court-circuit}$$

Pertes magnétiques ou pertes fers

$$P_{mag} = P_o - P_j = P_o - R_1.I_1^2$$

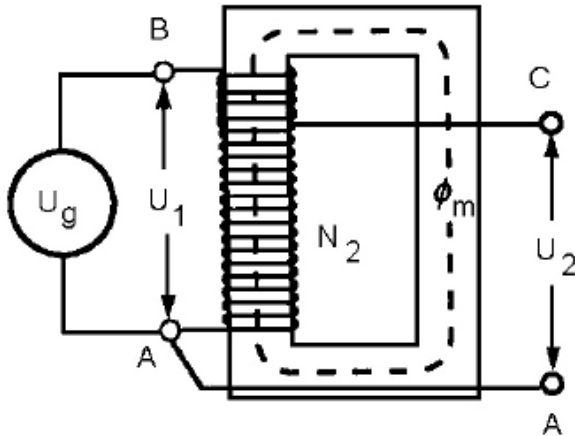
$$\text{Rendement : } \eta = P_2/P_1 \text{ ou } P_2 / (P_2 + \text{pertes}) \text{ ou } (P_1 - \text{pertes})/P_1$$

6-L'autotransformateur

C'est un transformateur composé d'un enroulement unique sur lequel on réalise une prise qui peut être fixe ou réglable. L'enroulement est monté sur un noyau d'acier.

La haute tension comprend tout l'enroulement et la basse tension est cueillie par une extrémité de l'enroulement et la prise intermédiaire.

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} \times U_1$$



Exercice 1

Un transformateur monophasé ayant les caractéristiques suivantes :

230 / 24 V – 50 Hz, $S_n = 160 \text{ VA}$

Ce transformateur alimente un circuit de commande qui absorbe une puissance de 80 W avec $\cos \varphi = 0,75$

1. Calculer le rapport de transformation (m)
2. Sachant que l'enroulement primaire comporte 700 spires, calculer le nombre de spire de l'enroulement secondaire
3. Calculer l'intensité nominale des courants au secondaire (I_{2n}) puis au primaire (I_{1n})
4. Calculer le courant débité par le secondaire du transformateur (I_2) lorsqu'il alimente la charge

Exercice2

La puissance apparente d'un transformateur monophasé 5,0 kV / 230 V ; 50 Hz est $S = 21 \text{ kVA}$. La section du circuit magnétique est $s = 60 \text{ cm}^2$ et la valeur maximale du champ magnétique $B = 1,1 \text{ T}$.

L'essai à vide a donné les résultats suivants :

$U_1 = 5\,000 \text{ V}$; $U_{20} = 230 \text{ V}$; $I_{10} = 0,50 \text{ A}$ et $P_{10} = 250 \text{ W}$.

L'essai en court-circuit avec $I_{2CC} = I_{2n}$ a donné les résultats suivants : $P_{1CC} = 300 \text{ W}$ et $U_{1CC} = 200 \text{ V}$.

- 1- Calculer le nombre de spires N_1 au primaire.
- 2- Calculer le rapport de transformation m et le nombre N_2 de spires au secondaire.
- 3- Quel est le facteur de puissance à vide de ce transformateur ?
- 4- Quelle est l'intensité efficace du courant secondaire I_{2n} ?
- 5- Calculer le rendement de ce transformateur lorsqu'il débite un courant d'intensité nominale sous $U_2 = 222,5 \text{ V}$ dans une charge inductive de facteur de puissance 0,83.

Réseau triphasé et couplage

1. DÉFINITIONS

1.1 Système triphasé

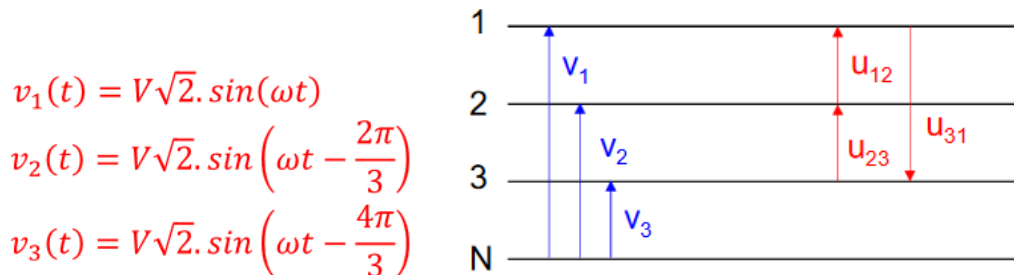
Trois tensions (ou trois f.é.m.) sinusoïdales, de même fréquence, forment un système triphasé de tensions (ou de f.é.m.) si elles sont déphasées les unes par rapport aux autres de 120° .

De même un système triphasé de courants est formé de trois courants dont les intensités sont sinusoïdales, de même fréquence, et déphasées de 120° les unes par rapport aux autres.

1.2 Système triphasé équilibré

Un système triphasé est équilibré lorsqu'il est formé de trois grandeurs ayant la même valeur efficace.

Exemple : système de tensions triphasé équilibré :



2. TENSIONS SIMPLES – TENSIONS COMPOSEES

- Les tensions simples v_1 , v_2 et v_3 représentent les différences de potentiel entre chaque phase et neutre. En régime équilibré les tensions simples ont même valeur efficace :

$$V_1 = V_2 = V_3 = V \text{ (tension entre PH-N)}$$

Exemple : Réseau 220V-380V ($V=220V$)

- Les tensions composées U_{12} , U_{23} et U_{31} sont les différences de potentiel entre phase et phase.

En régime équilibré les tensions composées ont même valeur efficace

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U \text{ (tension entre PH-PH)}$$

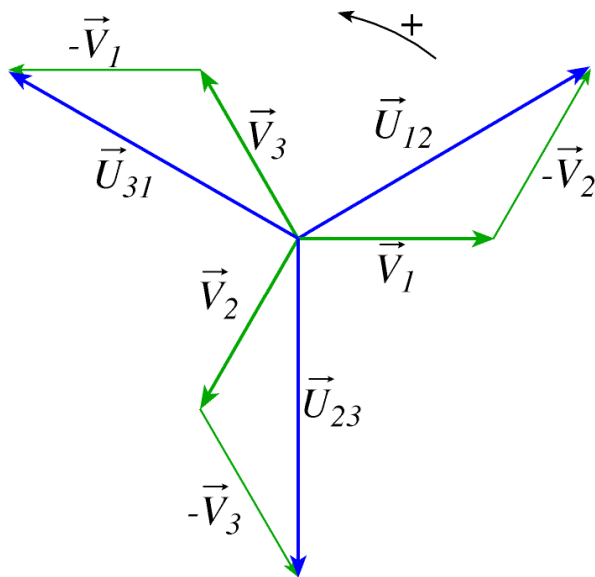
Elles sont liées aux tensions simples par les relations :

$$U_{12} = v_1 - v_2 \quad U_{23} = v_2 - v_3 \quad U_{31} = v_3 - v_1$$

Exemple : Réseau 220V-380V ou réseau triphasé 380V ($U=380V$)

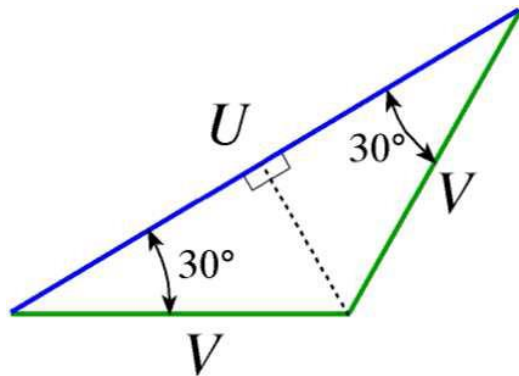
- **Représentation de Fresnel**

A chaque tension sinusoïdale nous associons un vecteur de Fresnel. Avec les trois tensions simples nous obtenons le diagramme



Construisons le diagramme de Fresnel des tensions composées à partir du diagramme des tensions simples.

Par exemple, le vecteur $\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$



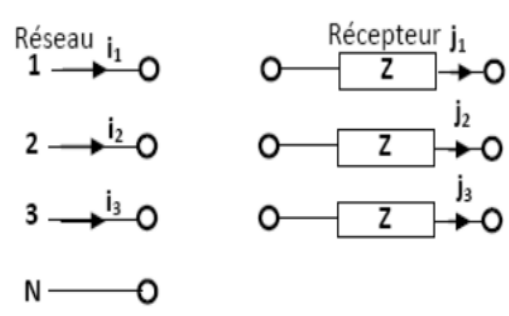
- **Relation entre V et U**

$$U = 2.V.\cos 30 \rightarrow U = 2V \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow U = V\sqrt{3}$$

$$U = V\sqrt{3}$$

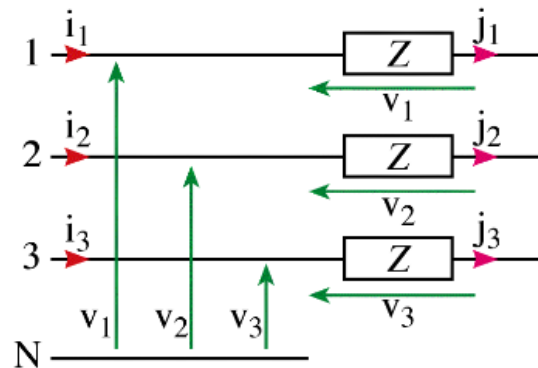
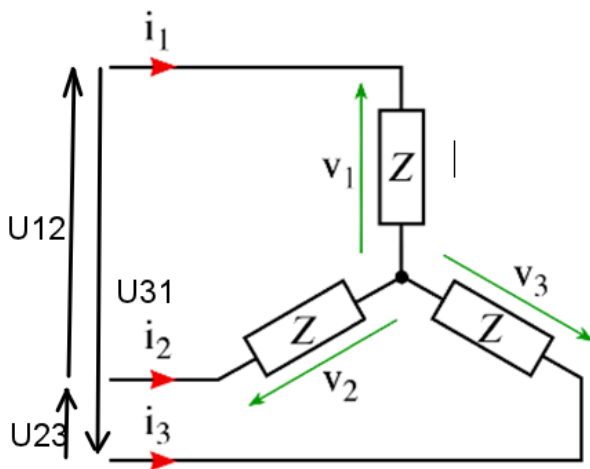
$$V = U/\sqrt{3}$$

3- COUPLAGE DES SOURCES ET RECEPTEURS

 Récepteurs triphasés : ce sont des récepteurs constitués de trois dipôles identiques, d'impédance Z.  Équilibré : car les trois éléments sont identiques.  Courants par phase : ce sont les courants qui traversent les éléments Z du récepteur triphasé. Symbole : J  Courants en ligne : ce sont les courants qui passent dans les fils du réseau triphasé. Symbole : I	
--	--

Le réseau et le récepteur peuvent se relier de deux façons différentes : en étoile ou en triangle.

3.1- Couplage étoile :



$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$$

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

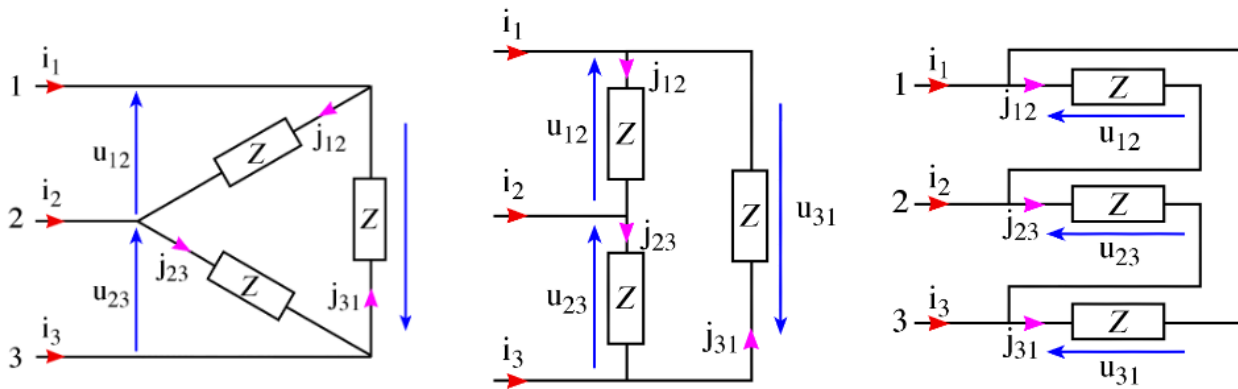
On constate sur les schémas que les courants en ligne sont égaux aux courants par phase.

$$i_1 = j_1, i_2 = j_2 \text{ et } i_3 = j_3$$

De plus la charge et le réseau sont équilibrés, donc : $I_1 = I_2 = I_3 = I = J$

On retiendra pour le couplage étoile : $I = J$

3.2- Couplage Triangle :



$$\begin{aligned} i_1 &= j_{12} - j_{31} \Rightarrow I_1 = J_{12} - J_{31} \\ i_2 &= j_{23} - j_{12} \Rightarrow I_2 = J_{23} - J_{12} \\ i_3 &= j_{31} - j_{23} \Rightarrow I_3 = J_{31} - J_{23} \end{aligned}$$

Le système triphasé est équilibré :

$$I_1 = I_2 = I_3 = I \quad \text{et} \quad J_{12} = J_{23} = J_{31} = J$$

Pour le couplage triangle, la relation entre I et J est la même que la relation entre V et U dans le couplage étoile.

Pour le couplage triangle :

$$U=V$$

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

Exercices :

EXERCICE 1 :

Un récepteur triphasé équilibré est branché en étoile et est alimenté par le réseau 50Hz avec neutre de tension composée $U=380V$. Chaque branche du récepteur est composée d'une résistance $R=12 \Omega$ en série avec une inductance $L=28,5mH$.

1. Calculer la tension simple, l'impédance de chaque branche, le courant en ligne, le déphasage entre chaque tension simple et le courant correspondant.
2. Calculer le facteur de puissance et la puissance active et réactive.

EXERCICE 2 : Sur le réseau triphasé 220/380V avec neutre on monte en étoile 3 impédances inductives identiques $Z = 44\Omega$ de facteur de puissance 0,8.

1. Déterminer le courant en ligne et le déphasage du courant par rapport à la tension simple correspondante.
2. Calculer les puissances active et réactive.
3. Placer les courants et tensions sur un diagramme vectoriel.

EXERCICE 3 :

Sur le réseau triphasé 220/380V on monte en triangle 3 impédances inductives identiques $Z=55\Omega$ de facteur de puissance 0,866.

1. Déterminer les courants dans les récepteurs et en ligne.
2. Calculer les puissances active et réactive.
3. Placer les courants dans les récepteurs, en ligne et tensions sur un diagramme vectoriel.

EXERCICE 4 :

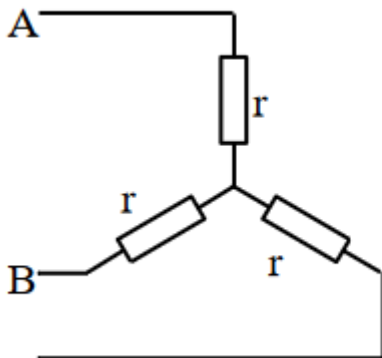
Un récepteur triphasé équilibré est branché en triangle sur le réseau équilibré 127/220V 50Hz.

Le courant en ligne est de 19A. Chaque branche du récepteur est composée d'une bobine d'inductance L et de résistance $R=10\Omega$.

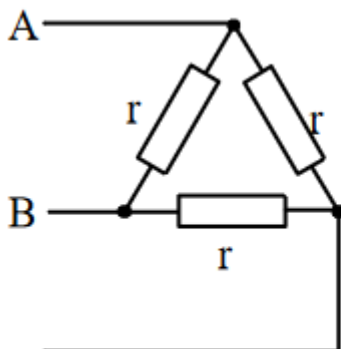
Calculer :

1. Le courant dans chaque branche, l'impédance et l'inductance de la bobine.
2. Le facteur de puissance et les puissances active et réactive.

EXERCICE 5 :



1.
 - * Exprimer R_{AB} en fonction de r .
 - * Exprimer les pertes joules P_j en fonction de r et I puis en fonction de R_{AB} et I .



2.
 - * Exprimer R_{AB} en fonction de r .
 - * Exprimer les pertes joules P_j en fonction de r et I puis en fonction de R_{AB} et I .
3. Comparer les expressions et conclure